

1-2

二次函數的 最大值或最小值

- ① 二次函數的最大值、
最小值與頂點的關係
- ② 二次函數圖形與
坐標平面



溫故啟思



重點整理



自我評量





溫故啟思

已知二次函數 $y = x^2 - 1$ ，試回答下列各題：

(1) 找出下表中各 x 值所對應的函數值 y 。

x	-3	-2	-1	-0.1	0	0.1	1	2	3
y	8	3	0	-0.99	-1	-0.99	0	3	8

(2) 此二次函數圖形的頂點坐標為 (0, -1)。

(3) 此二次函數圖形的開口 ☒ 向上 ☐ 向下

(4) 此二次函數圖形的頂點為圖形的

☐ 最高點 ☒ 最低點

#

ALL

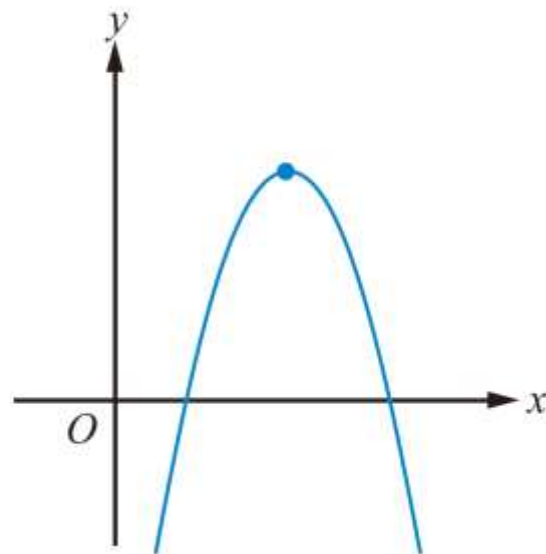
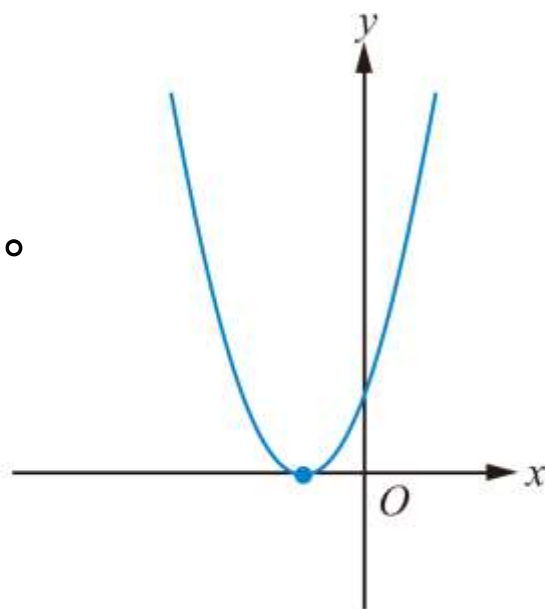




1

二次函數的最大值、最小值與頂點的關係

上一節中，我們學過二次函數的圖形為開口向上或向下的拋物線。我們可以利用圖形的開口，來判斷頂點是最高點或最低點，進而得知函數的最大值與最小值。

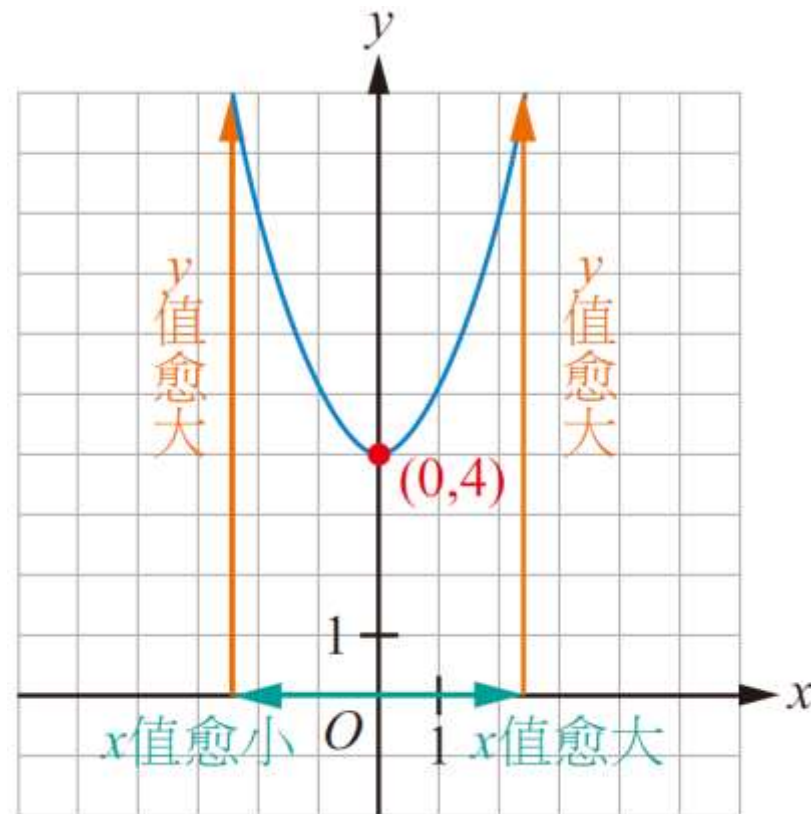




例如：

① 二次函數 $y = x^2 + 4$ 的圖形如右，可以發現：

- (1) 圖形開口向上。
- (2) 頂點 $(0, 4)$ 為最低點。
- (3) 最小值為 4。



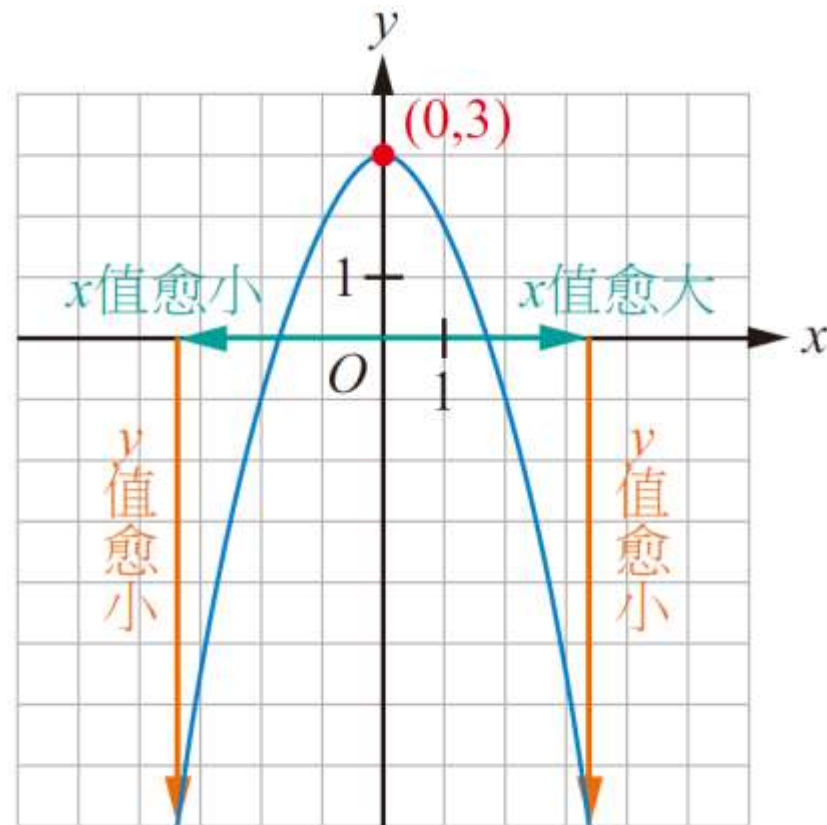
無論 x 的值為何， $x^2 \geq 0$ ， $x^2 + 4 \geq 4$
當 $x = 0$ 時， $y = x^2 + 4$ 有最小值為 4，
由此亦可知 $(0, 4)$ 為此函數圖形的最低點。





② 二次函數 $y = -x^2 + 3$ 的圖形如右，可以發現：

- (1) 圖形開口向下。
- (2) 頂點 $(0, 3)$ 為最高點。
- (3) 最大值為3。



無論 x 的值為何， $x^2 \geq 0$ ， $-x^2 \leq 0$ ， $-x^2 + 3 \leq 3$ ，
當 $x = 0$ 時， $y = -x^2 + 3$ 有最大值為 3，
由此亦可知 $(0, 3)$ 為此函數圖形的最高點。





因此，我們可以經由二次函數圖形的開口與頂點來判斷最大值或最小值：

- 1 當圖形**開口向上**，其頂點為**最低點**，它的 y 坐標即為此函數的**最小值**。
- 2 當圖形**開口向下**，其頂點為**最高點**，它的 y 坐標即為此函數的**最大值**。

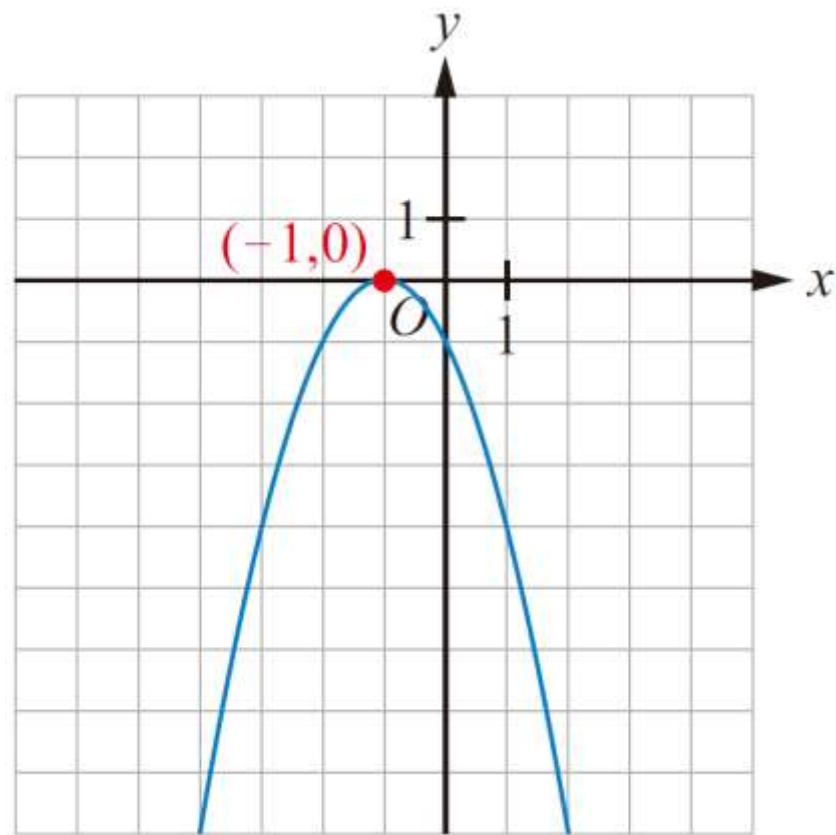




例 1 由圖形判斷最大值或最小值 (I)

已知二次函數 $y = -(x+1)^2$ 的圖形，則：
(1) 此圖形的最高點坐標為何？

解 (1) $y = -(x+1)^2$
的圖形為開口向
下的拋物線，
且頂點為圖形的
最高點，
故最高點坐標為
 $(-1, 0)$ 。#

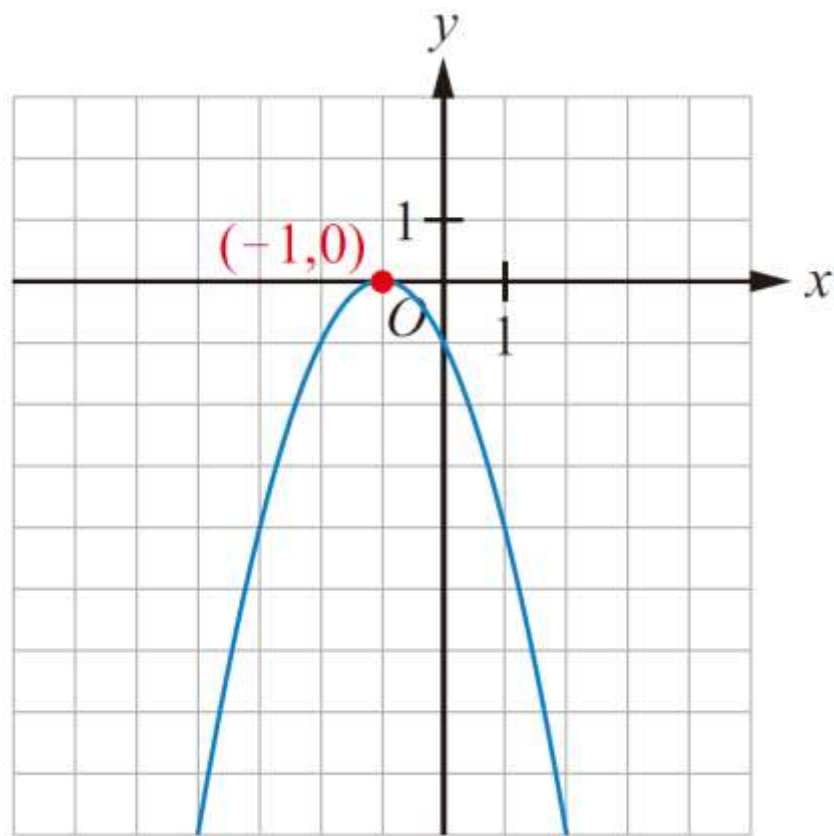




例 1 由圖形判斷最大值或最小值 (I)

已知二次函數 $y = -(x+1)^2$ 的圖形，則：
(2) 當 x 為多少時， y 有最大值？並求此最大值。

解 (2) 當 $x = -1$ 時，
二次函數
 $y = -(x+1)^2$
有最大值 $y = 0$ 。#





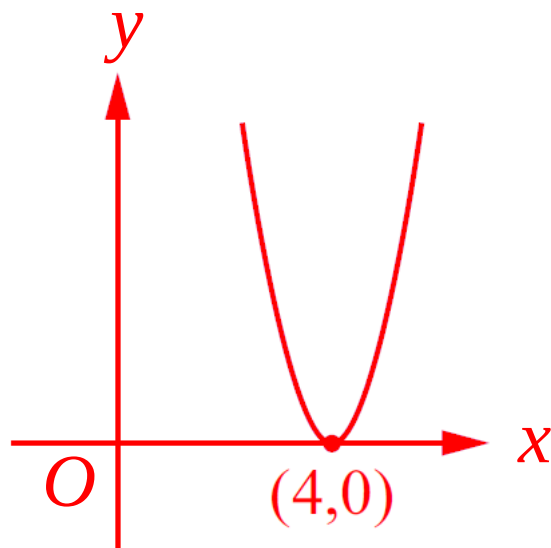
隨堂練習

延伸演練

已知二次函數 $y = 2(x-4)^2$ 的圖形，則：

(1) 此圖形的最低點坐標為何？

解 $y = 2(x-4)^2$ 的圖形為
開口向上的拋物線，
且頂點為圖形的最低點，
故最低點坐標為 $(4, 0)$ 。



(2) 當 x 為多少時， y 有最小值？並求此最小值。

解 當 $x = 4$ 時，二次函數 $y = 2(x-4)^2$
有最小值 $y = 0$ 。 #

ALL



例 2

由圖形判斷最大值或最小值 (II)

已知二次函數 $y = 3(x-1)^2 + 4$ 的圖形，則：

(1) 此圖形的最低點坐標為何？

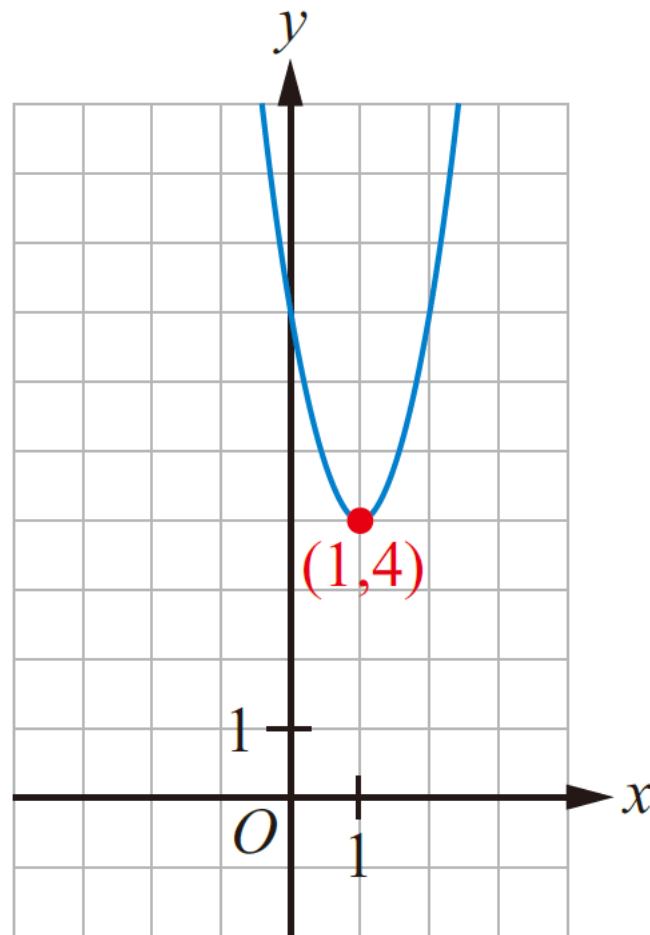
解 (1) $y = 3(x-1)^2 + 4$

的圖形為開口向上的拋物線，

且頂點為圖形的最低點，

故最低點坐標為 $(1, 4)$ 。

#





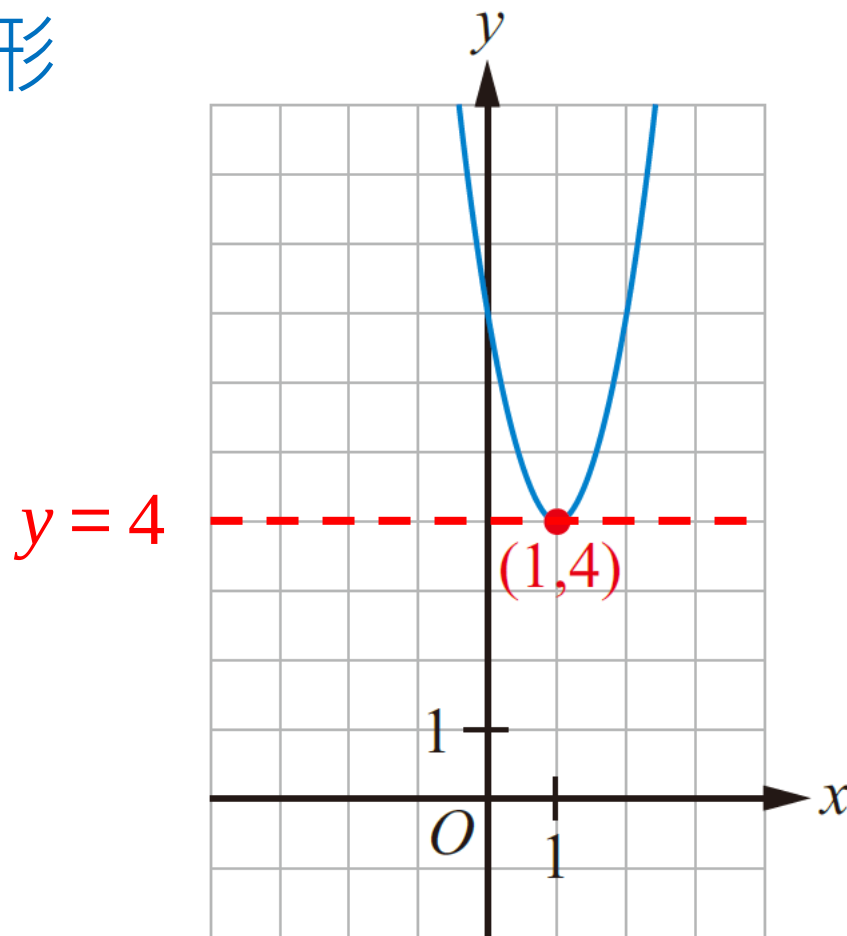
例 2

由圖形判斷最大值或最小值 (II)

已知二次函數 $y = 3(x-1)^2 + 4$ 的圖形，則：
(2) 此二次函數有最大值或最小值？並求此值。

解 (2) 此二次函數的圖形
開口向上，

除最低點外，
圖形皆在直線
 $y = 4$ 的上方，
因此函數有最小值，
其值為最低點的
 y 坐標 $= 4$ 。#





隨堂練習

延伸演練

已知二次函數 $y = -5x^2 - 6$ 的圖形，則此二次函數有最大值或最小值？並求此值。

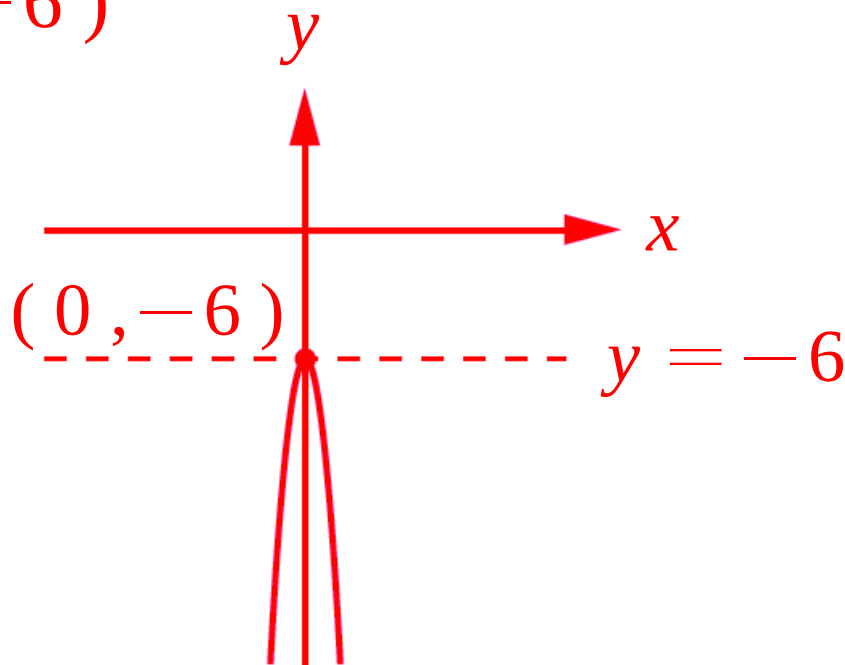
解 $y = -5x^2 - 6$ 的圖形為開口向下的拋物線

最高點坐標為 $(0, -6)$

因此函數有最大值

為最高點的

y 坐標 $= -6$ #



ALL





二次函數的最大值或最小值與頂點的關係

二次函數 $y = a(x - h)^2 + k$ ，

- (1) 當 $a > 0$ 時，圖形的開口向上，
其頂點 (h, k) 為最低點，
即在 $x = h$ 時， y 有最小值 k 。
- (2) 當 $a < 0$ 時，圖形的開口向下，
其頂點 (h, k) 為最高點，
即在 $x = h$ 時， y 有最大值 k 。





例3 求二次函數的最大值或最小值

下列二次函數在 x 為多少時， y 有最大值或最小值？並求出此值。

(1) $y = -3x^2 - 7$

解 (1) $y = -3x^2 - 7$ 的圖形
為開口向下的拋物線，
其頂點 $(0, -7)$ 為最高點，
因此當 $x = 0$ 時，
 y 有最大值 $= -7$ 。 #

ALL





例 3

求二次函數的最大值或最小值

下列二次函數在 x 為多少時， y 有最大值或最小值？並求出此值。

$$(2) y = (9 - x)^2 - 17$$

解

$$(2) y = (9 - x)^2 - 17$$

$= (x - 9)^2 - 17$ 的圖形
為開口向上的拋物線，

其頂點 $(9, -17)$ 為最低點，

因此當 $x = 9$ 時，

y 有最小值 $= -17$ 。 #

ALL





例3 求二次函數的最大值或最小值

下列二次函數在 x 為多少時， y 有最大值或最小值？並求出此值。

$$(3) y = -\frac{1}{2} \left(x + \frac{4}{3} \right)^2 + \frac{8}{5}$$

類題演練

解 (3) $y = -\frac{1}{2} \left(x + \frac{4}{3} \right)^2 + \frac{8}{5}$ 的圖形

為開口向下的拋物線，

其頂點 $\left(-\frac{4}{3}, \frac{8}{5} \right)$ 為最高點，

因此當 $x = -\frac{4}{3}$ 時，

y 有最大值 $= \frac{8}{5}$ 。 #

ALL





隨堂練習

下列二次函數在 x 為多少時， y 有最大值或最小值？並求出此值。

(1) $y = 2x^2 + 3$

(2) $y = (1 + x)^2 - 12$

解 圖形開口向上，
頂點為 $(0, 3)$ ，
當 $x = 0$ 時，
 y 有最小值 $= 3$ 。

解 圖形開口向上，
頂點為 $(-1, -12)$ ，
當 $x = -1$ 時，
 y 有最小值 $= -12$ 。

#

ALL





隨堂練習

延伸演練

下列二次函數在 x 為多少時， y 有最大值或最小值？並求出此值。

$$(3) y = -\frac{1}{3} \left(x - \frac{1}{4} \right)^2 + \frac{1}{5}$$

解 圖形開口向下

頂點為 $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{5} \right)$ ，

當 $x = \frac{1}{4}$ 時，

y 有最大值 $= \frac{1}{5}$ 。#

ALL



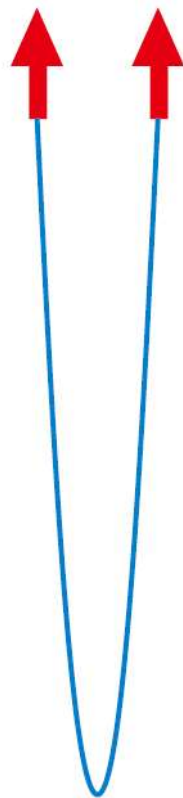


2

二次函數圖形與坐標平面

二次函數圖形與 y 軸的交點

所有二次函數的圖形
都會和 y 軸相交嗎？



給個提示：
其實圖形一直都在
向左右延伸喔！

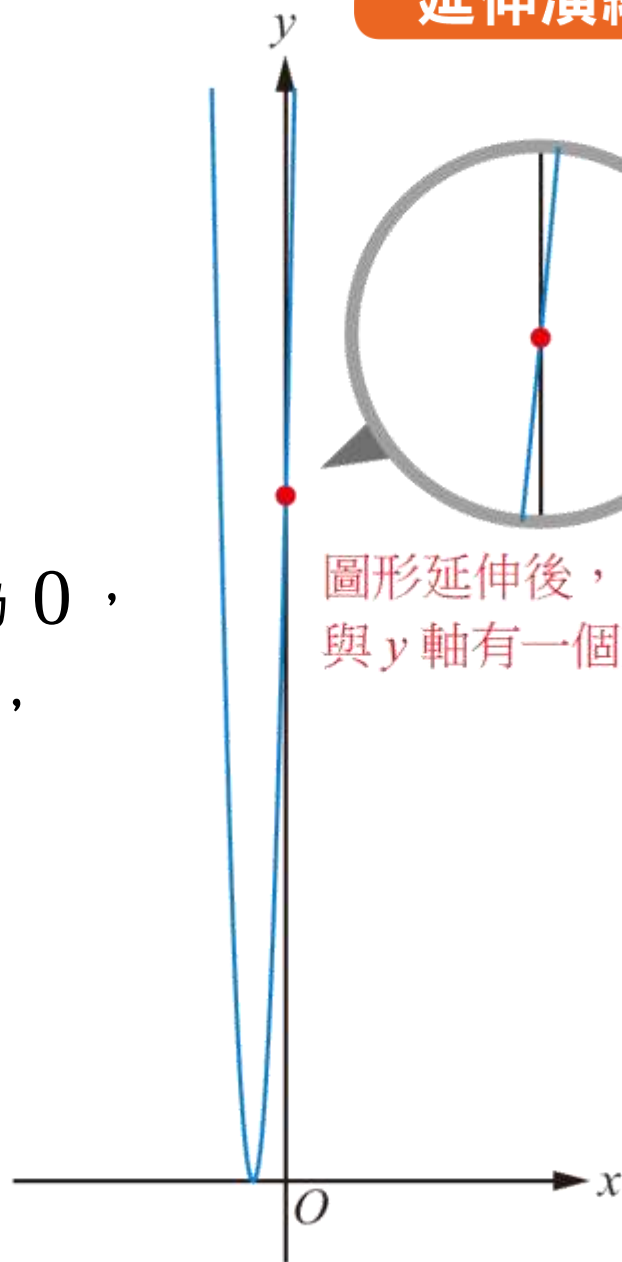




延伸演練

由於二次函數的圖形會往
左方與右方一直延伸，
所以無論開口向上或向下，
其圖形與 y 軸 ($x = 0$) 都
會有一個交點，

而 y 軸上所有點的 x 坐標皆為 0 ，
故只要將 $x = 0$ 代入二次函數，
即可求得交點的 y 坐標。



圖形延伸後，
與 y 軸有一個交點。





例 4

二次函數圖形與 y 軸的交點

求下列二次函數圖形與 y 軸的交點坐標：

(1) $y = 3(x - 2)^2 + 1$

解 (1) 如右圖，

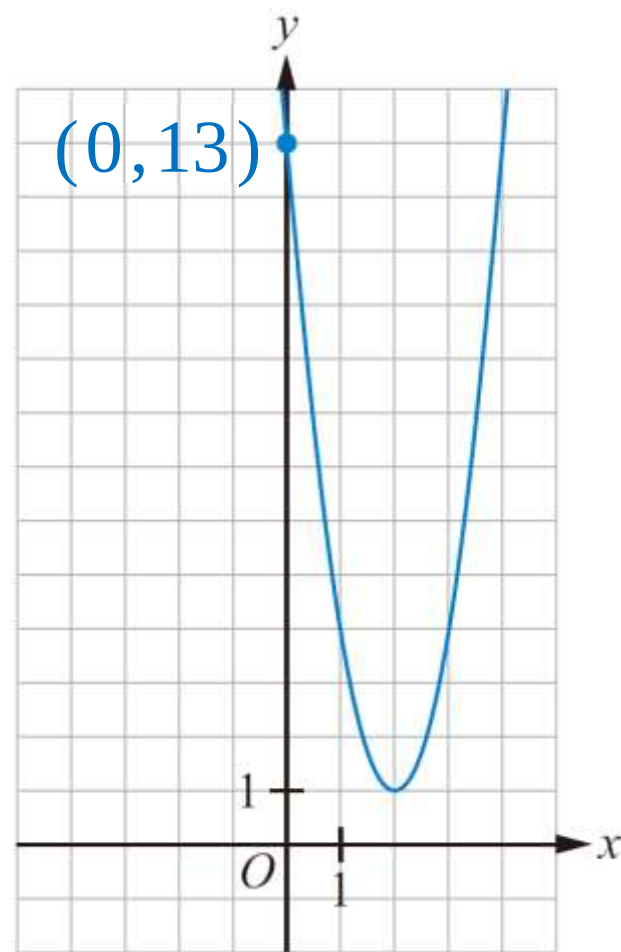
將 $x = 0$ 代入

$$y = 3(x - 2)^2 + 1$$

可得到 $y = 3(-2)^2 + 1$

$$= 12 + 1 = 13$$

此函數圖形與 y 軸的
交點為 $(0, 13)$ #





例 4

二次函數圖形與 y 軸的交點

類題演練

求下列二次函數圖形與 y 軸的交點坐標：

(2) $y = 2x^2 + 7x - 5$

解 (2) 將 $x = 0$ 代入 $y = 2x^2 + 7x - 5$ ，

可得到 $y = -5$ ，

此函數圖形與 y 軸的交點為 $(0, -5)$ 。#

ALL





隨堂練習

求下列二次函數圖形與 y 軸的交點坐標：

(1) $y = -(x-1)^2 + 5$

解 將 $x = 0$ 代入得 $y = -(0-1)^2 + 5 = 4$ ，
故交點坐標為 $(0, 4)$ 。

(2) $y = 8x^2 + 9x - 17$

解 將 $x = 0$ 代入得 $y = 8 \times 0^2 + 9 \times 0 - 17 = -17$
故交點坐標為 $(0, -17)$ 。#

ALL





二次函數圖形與 x 軸的交點個數

要如何尋找二次函數圖形與 x 軸的交點個數呢？
可以透過觀察圖形在坐標平面上的狀況來得知。



所有二次函數的圖形
都會和 y 軸相交耶！

那是不是也一定會
與 x 軸相交呢？



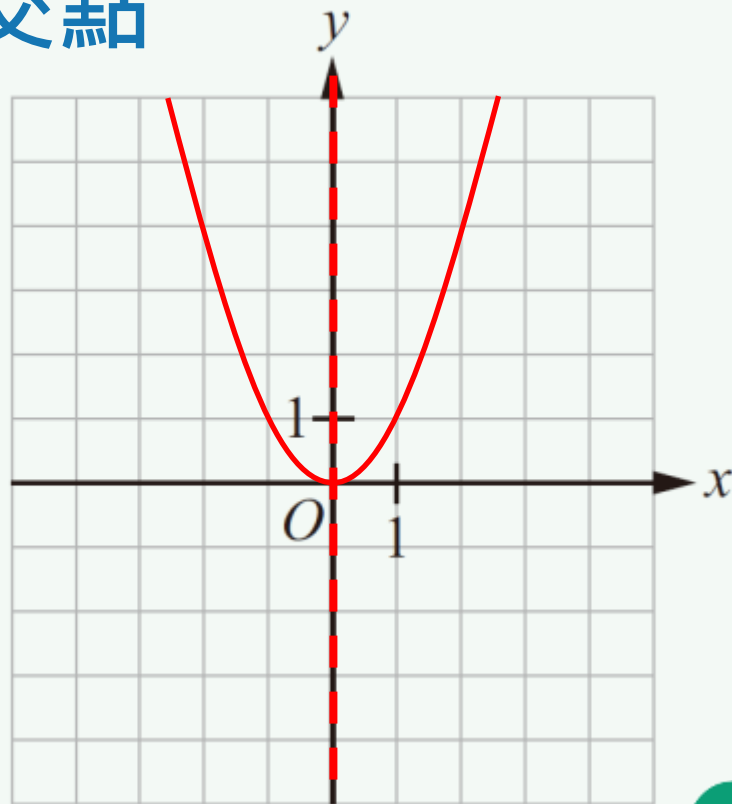


探索活動

二次函數圖形與 x 軸的交點

剪下附件(四)中 $y = x^2$ 圖形的透明片，將透明片的頂點與右圖坐標平面上的原點對齊，開口方向朝上：

- (1) 此時圖形的對稱軸為
 y 軸 ($x = 0$)，
與 x 軸的交點個數為
1 # 個。



ALL





探索活動

二次函數圖形與 x 軸的交點

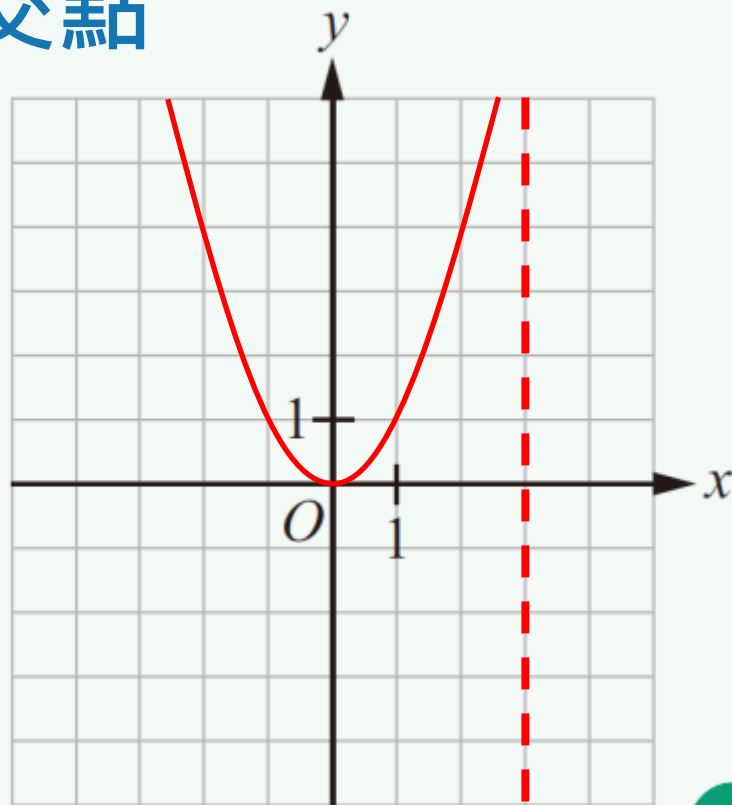
剪下附件(四)中 $y = x^2$ 圖形的透明片，將透明片的頂點與右圖坐標平面上的原點對齊，開口方向朝上：

- (2) 將透明片向右平移 3 單位，此時圖形的對稱軸為 $x = 3$ ，與 x 軸的交點個數為 1 個，會與下列哪個函數的圖形完全疊合？

☐ $y = (x + 3)^2$

☒ $y = (x - 3)^2$

#



ALL





探索活動

二次函數圖形與 x 軸的交點

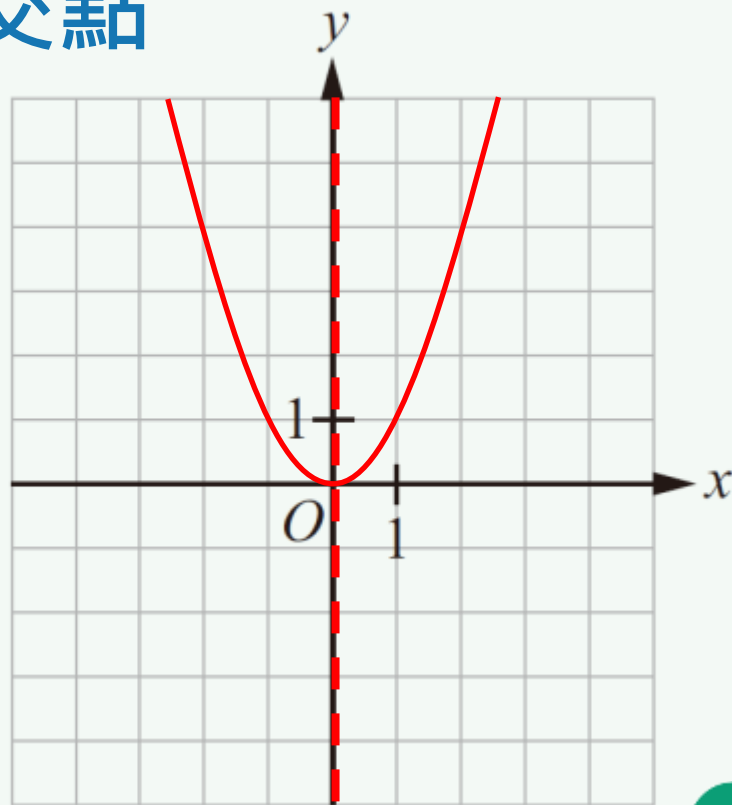
剪下附件(四)中 $y = x^2$ 圖形的透明片，將透明片的頂點與右圖坐標平面上的原點對齊，開口方向朝上：

(3) 將透明片恢復至 (1) 時的狀態，再將透明片向下平移 2 單位，此時圖形的對稱軸為 y 軸 ($x = 0$)，

與 x 軸的交點個數為 2 個，
會與下列哪個函數的圖形完全疊合？

☐ $y = x^2 + 2$

☒ $y = x^2 - 2$ #



ALL





探索活動

類題演練

二次函數圖形與 x 軸的交點

剪下附件(四)中 $y = x^2$ 圖形的透明片，將透明片的頂點與右圖坐標平面上的原點對齊，開口方向朝上：

(4) 將透明片恢復至 (1) 時的狀態，再將透明片向左平移 4 單位、向上平移 5 單位，此時圖形的對稱軸為 $x = -4$ ，與 x 軸的交點個數為 0 個，會與下列哪個函數的圖形完全疊合？



$y = (x + 4)^2 + 5$



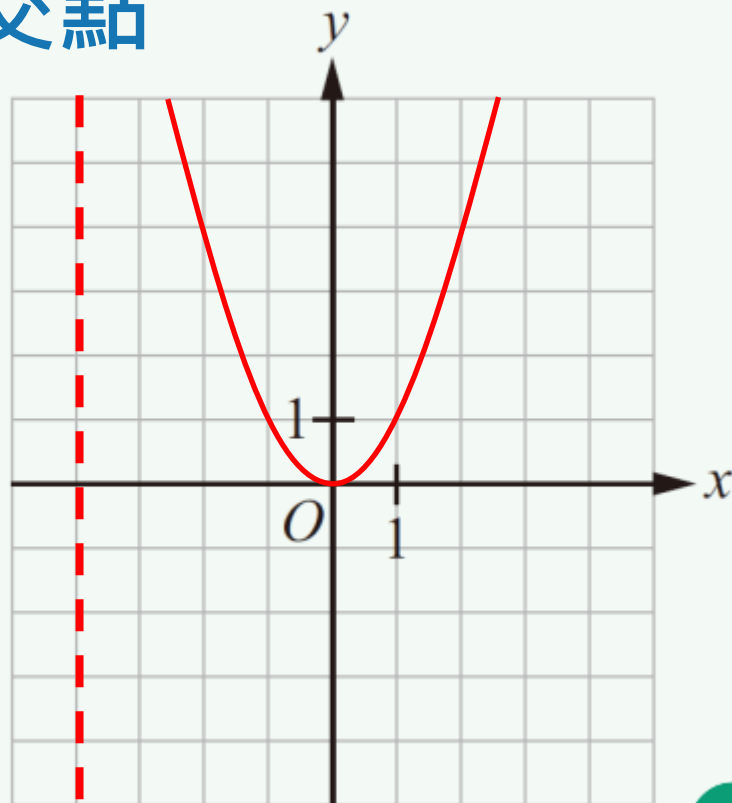
$y = (x + 4)^2 - 5$



$y = (x - 4)^2 + 5$



$y = (x - 4)^2 - 5$ #



ALL





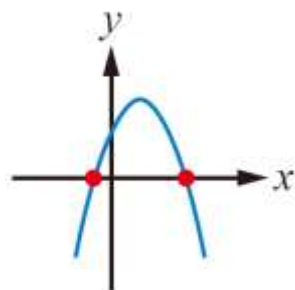
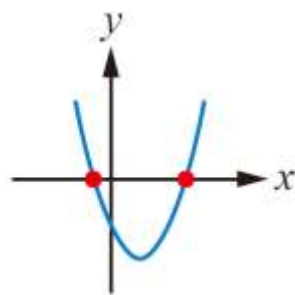
由探索活動可知：
二次函數圖形與 x 軸可能會有
兩個交點、
一個交點
或者沒有交點。



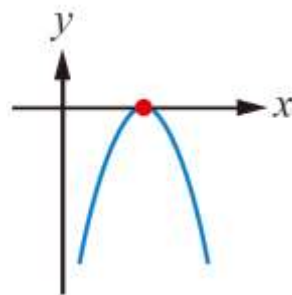
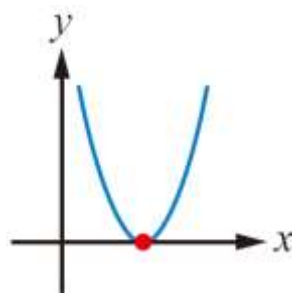


只要知道二次函數圖形的頂點位置及開口方向，就能夠知道圖形與 x 軸的交點個數，我們將各種情況對照整理如下：

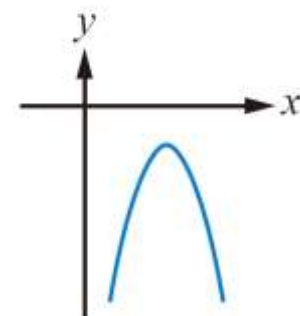
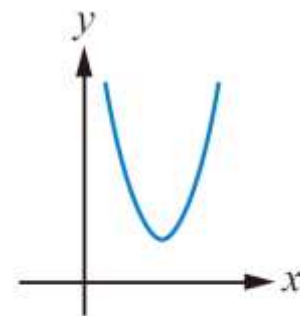
二次函數圖形與 x 軸的交點個數



兩個交點



一個交點



沒有交點





例5 二次函數圖形與 x 軸的相交情形 (I)

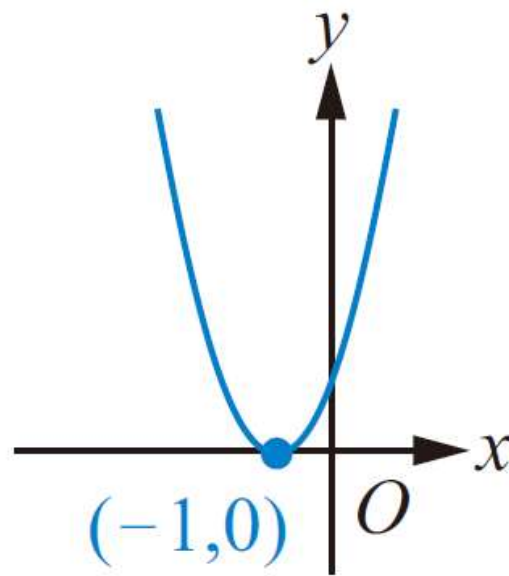
求二次函數 $y = (x + 1)^2$ 的圖形與 x 軸的交點個數。

類題演練

解 二次函數 $y = (x + 1)^2$ 的圖形開口向上，

頂點坐標為 $(-1, 0)$ ，

此函數圖形與 x 軸有一個交點。 #



ALL





隨堂練習

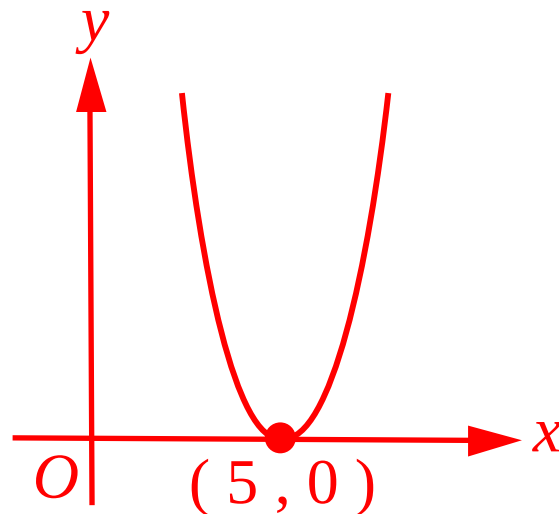
延伸演練

求二次函數 $y = (x-5)^2$ 的圖形與 x 軸的交點個數。

解 二次函數 $y = (x-5)^2$ 的圖形開口向上，

頂點坐標為 $(5, 0)$ ，

此函數圖形與 x 軸
有一個交點。#



ALL





例 6 二次函數圖形與 x 軸的相交情形 (II)

求下列二次函數圖形與 y 軸的交點個數：

(1) $y = -(x-3)^2 + 4$

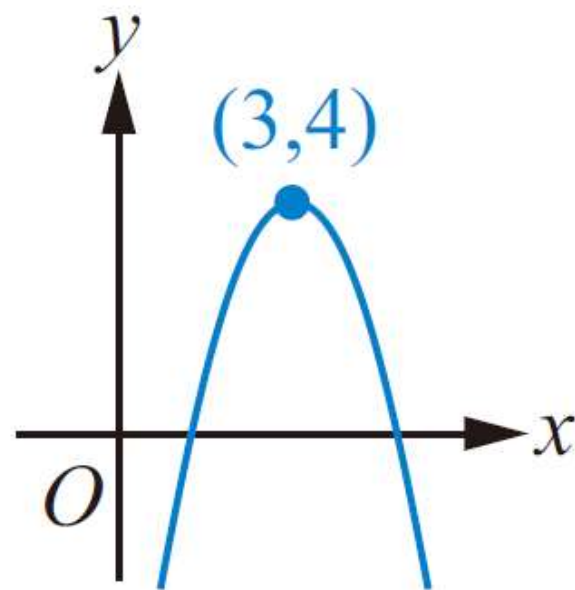
解 (1) 二次函數 $y = -(x-3)^2 + 4$

的圖形開口向下，

頂點坐標為 $(3, 4)$ ，

此函數圖形與 x 軸
有兩個交點。

#



ALL





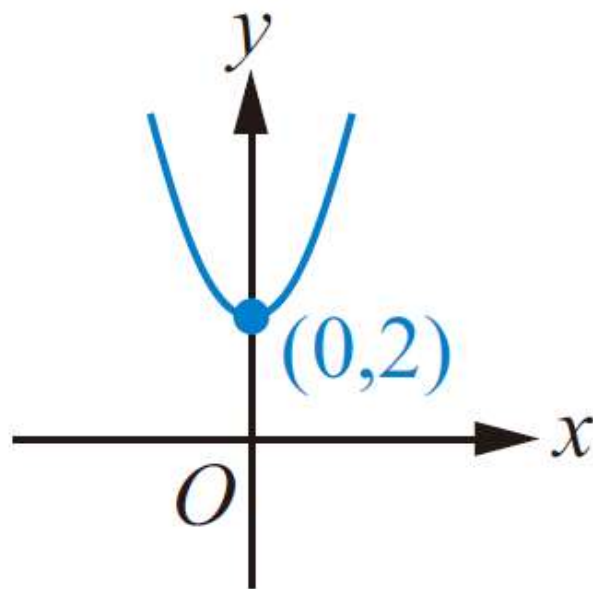
例 6 二次函數圖形與 x 軸的相交情形 (II)

求下列二次函數圖形與 x 軸的交點個數：

(2) $y = x^2 + 2$

類題演練

解 (2) 二次函數 $y = x^2 + 2$
的圖形開口向上，
頂點坐標為 $(0, 2)$ ，
此函數圖形與 x 軸
沒有交點。#



ALL





隨堂練習

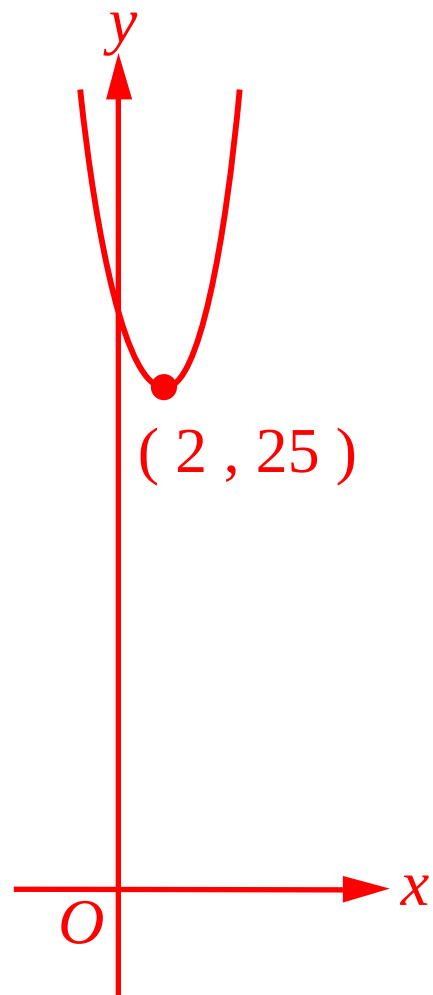
求下列二次函數圖形與 x 軸的交點個數：

(1) $y = (x - 2)^2 + 25$

解 二次函數 $y = (x - 2)^2 + 25$
的圖形開口向上，

頂點坐標為 $(2, 25)$ ，

此函數圖形與 x 軸
沒有交點。 #





隨堂練習

延伸演練

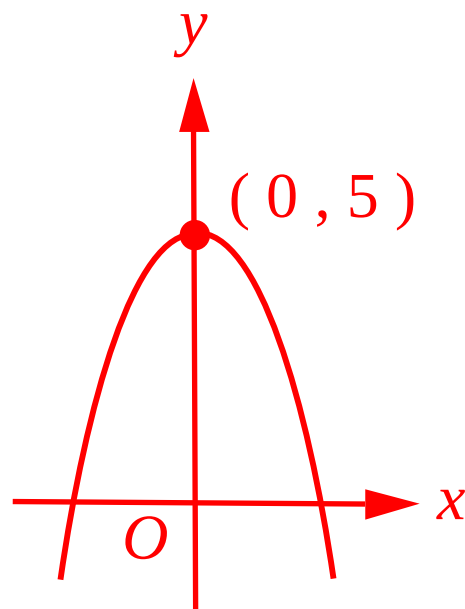
求下列二次函數圖形與 x 軸的交點個數：

(2) $y = -x^2 + 5$

解 二次函數 $y = -x^2 + 5$
的圖形開口向下，

頂點坐標為 $(0, 5)$ ，

此函數圖形與 x 軸
有兩個交點。#



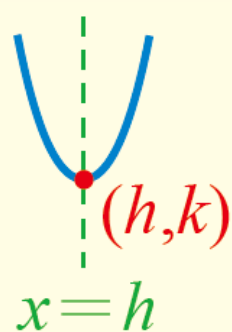
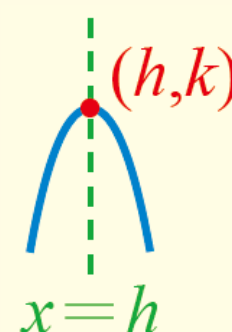
ALL





1-2 重點整理

1 二次函數 $y = a(x-h)^2 + k$ 的最大值或最小值

$y = a(x-h)^2 + k$	開口	頂點 (h, k)	最大值或 最小值	簡圖
$a > 0$	向上	最低點	$x = h$ 時， y 有最小值 k	
$a < 0$	向下	最高點	$x = h$ 時， y 有最大值 k	

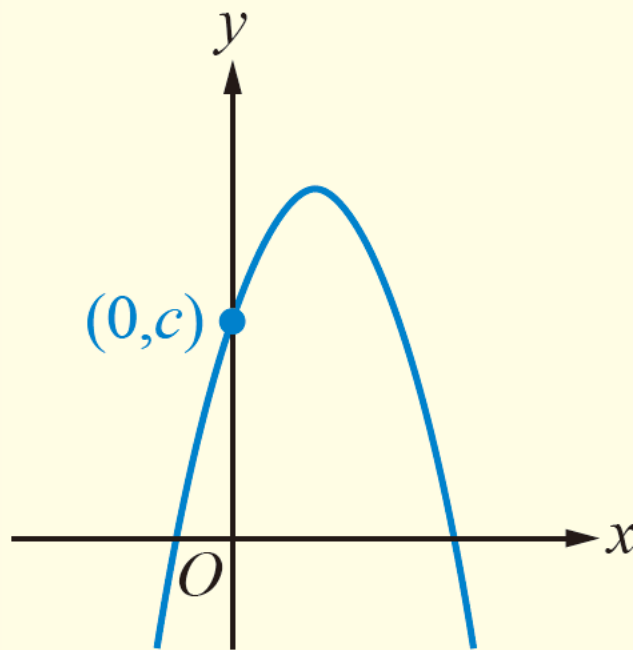




1-2 重點整理

2 二次函數圖形與兩軸的交點個數

- (1) 二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖形與 y 軸有一個交點，其坐標為 $(0, c)$ 。

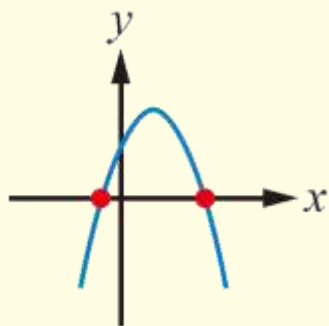
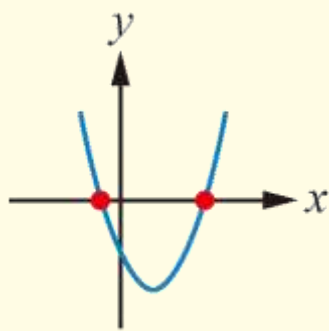




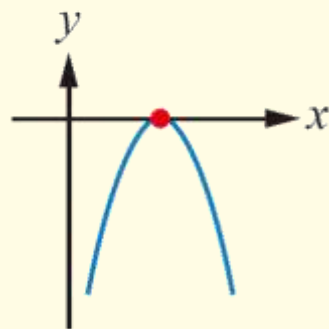
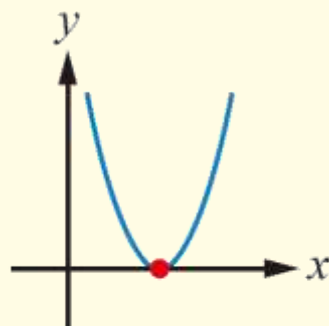
1-2 重點整理

2 二次函數圖形與兩軸的交點個數

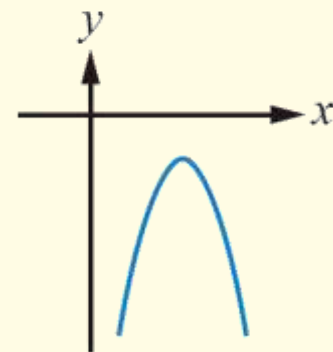
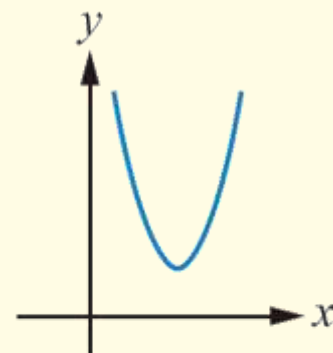
(2) 二次函數圖形與 x 軸相交的情況：



兩個交點



一個交點



沒有交點



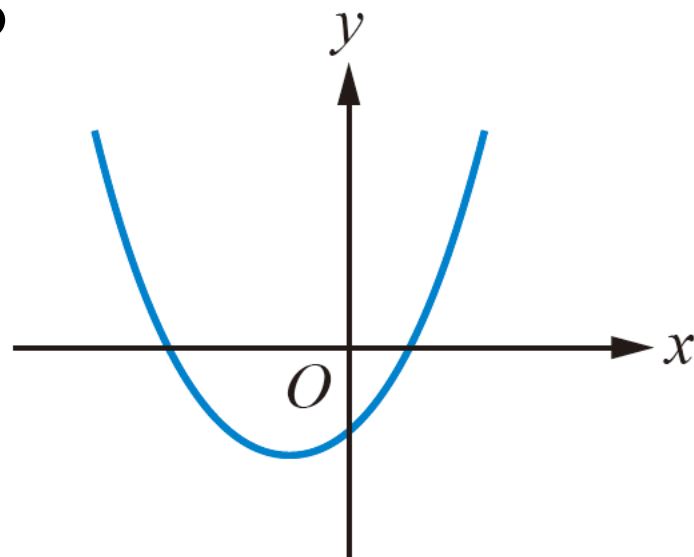


1-2 自我評量

1 若右圖為二次函數 $y = a(x-h)^2 + k$ 的圖形，則下列敘述何者正確？

- (A) $a > 0$ ，函數有最大值 k
- (B) $a > 0$ ，函數有最小值 k
- (C) $a < 0$ ，函數有最大值 k
- (D) $a < 0$ ，函數有最小值 k

答： (B) #。



解

由圖形可知開口向上，

故 $a > 0$ ，函數有最小值 k 。

ALL





1-2 自我評量

2 求下列二次函數的最大值或最小值：

(1) $y = 3x^2 + 5$

(2) $y = -4(x + 4)^2$

解 當 $x = 0$ 時，
 y 有最小值 5。

解 當 $x = -4$ 時，
 y 有最大值 0。 #

ALL





1-2 自我評量

2 求下列二次函數的最大值或最小值：

(3) $y = -(x + 3)^2 + 8$ (4) $y = 5(-x + 2)^2 - 7$

解 當 $x = -3$ 時，
 y 有最大值 8。

解 當 $x = 2$ 時，
 y 有最小值 -7 。#



1-2 自我評量

歷屆試題

3 求下列二次函數圖形與 y 軸的交點坐標：

(1) $y = 3x^2 + 2x - 4$

解 將 $x = 0$ 代入得 $y = -4$ ，
故交點坐標為 $(0, -4)$ 。

(2) $y = -2(x + 1)^2 + 7$

解 將 $x = 0$ 代入得 $y = 5$ ，
故交點坐標為 $(0, 5)$ 。 #

ALL





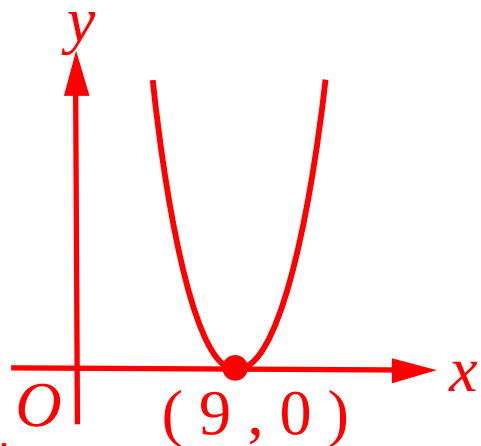
1-2 自我評量

歷屆試題

4 求下列二次函數圖形與 x 軸的交點個數：

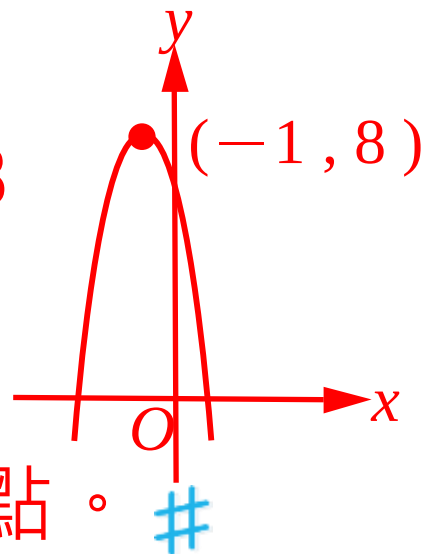
(1) $y = (x - 9)^2$

解 二次函數 $y = (x - 9)^2$
的圖形開口向上，
頂點坐標為 $(9, 0)$ ，
此函數圖形與 x 軸有一個交點。



(2) $y = -2(x + 1)^2 + 8$

解 二次函數 $y = -2(x + 1)^2 + 8$
的圖形開口向下，
頂點坐標為 $(-1, 8)$ ，
此函數圖形與 x 軸有兩個交點。



ALL





錯誤診療

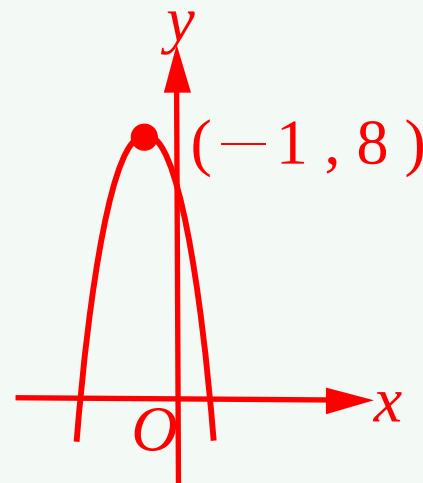
以下是四位同學針對二次函數
 $y = -2(x + 1)^2 + 8$ 的對話：

南哥：此函數圖形的頂點是 $(-1, 8)$ 。

阿一：在 $x = 1$ 時，此函數會有最大值。

小柏：此函數的最大值是 8。

嘉嘉：此函數的最小值是 -1 。



試判斷誰的說法正確？並說明理由。

南哥、小柏 的說法正確。

二次函數 $y = -2(x + 1)^2 + 8$ 的圖形為開口向下的拋物線，其頂點 $(-1, 8)$ 為最高點，

因此當 $x = -1$ 時， $y = 8$ 為此函數的最大值。

故南哥、小柏的說法正確。#

ALL





舞動水噴泉

噴泉是一種利用水流所設計的造景，還可配合燈光使其更有觀賞性。由於受到重力影響，噴泉水柱所行經的軌跡，通常會形成一個拋物線的形狀。嘉義市的蘭潭音樂噴泉目前是國內最大的戶外音樂噴泉，其最高水柱可達 50 公尺，表演的過程中，會出現近似拋物線的水柱，如圖(一)。



圖(一)

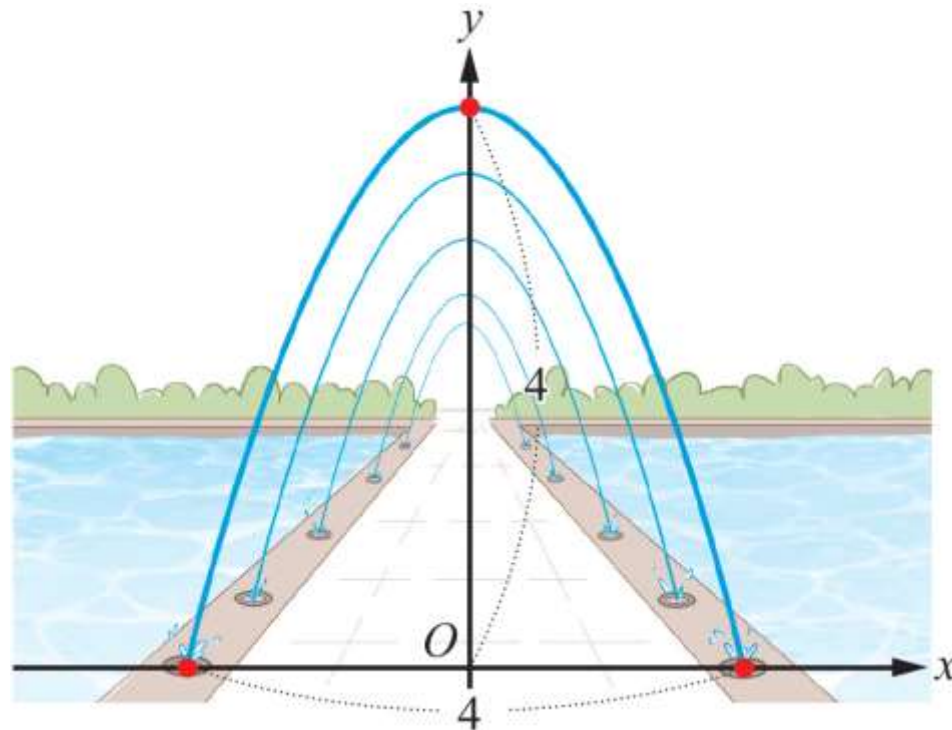




舞動水噴泉

今嘉嘉想要用噴泉設計一個拋物線 (二次函數圖形) 的水拱門，並將設計圖畫在坐標平面上，如圖(二)。若希望水拱門的最高點離地面 4 公尺，且從噴泉的噴出處到落地處，兩者的距離也是 4 公尺，則：

圖(二)





舞動水噴泉

① 在坐標平面上，水拱門所行經的軌跡，其二次函數為何？

解 由圖(二)可知，水拱門軌跡圖形開口向下，頂點在 y 軸上，且最高點離地面 4 公尺，所以頂點坐標為 $(0, 4)$ 。

已知噴泉噴出處 A 到落地處 B 的距離為 4 公尺，且兩處的坐標皆在 x 軸上。

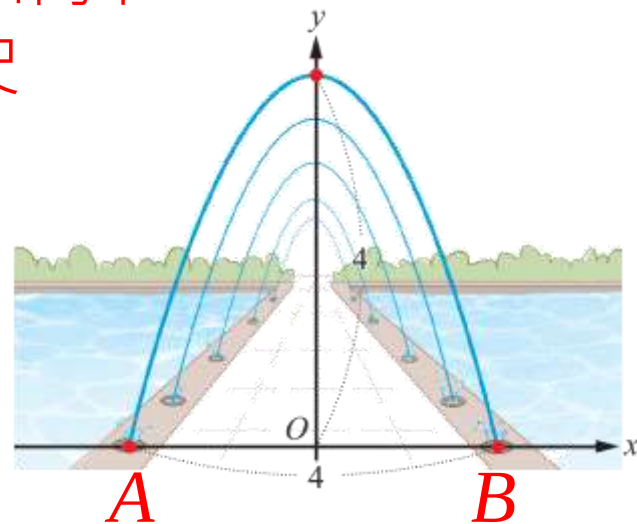
∴ 圖形的對稱軸會通過頂點並垂直平分噴出處到落地處的連線段 $(\overline{AB})$ 。

∴ 噴出處、落地處的坐標為

$$(0-2, 0) = (-2, 0) \text{、} (0+2, 0) = (2, 0)$$

設水拱門所行經軌跡的二次函數為 $y = ax^2 + 4$ ， $a < 0$ 。

$(2, 0)$ 代入可得 $0 = 4a + 4$ ， $a = -1$ ，故所求為 $y = -x^2 + 4$ 。



ALL



#



舞動水噴泉

2 現有一位身高 1.8 公尺的人，若根據上面的坐標平面圖，當他站在下列哪些位置時，其頭頂不會碰到水柱？

- (A) $(-1.2, 0)$ (B) $(-0.4, 0)$ (C) $(0, 0)$
(D) $(0.8, 0)$ (E) $(1.6, 0)$

解 各點的 x 坐標分別代入 $y = -x^2 + 4$ ：

(A) $y = -1.44 + 4 = 2.56 > 1.8$ ；

(B) $y = -0.16 + 4 = 3.84 > 1.8$ ；

(C) $y = 0 + 4 = 4 > 1.8$ ；

(D) $y = -0.64 + 4 = 3.36 > 1.8$ ；

(E) $y = -2.56 + 4 = 1.44 < 1.8$ ，

故所求為(A) (B) (C) (D) 。 #

ALL





翔於十月天空 揭開彈著之謎



西元 1999 年上映的電影《十月的天空》
(October Sky)，改編自真人真事，主角是美國
NASA馬歇爾太空飛行中心的科學家希坎
(Homer H . Hickam)。



翔於十月天空 揭開彈著之謎

希坎於西元 1943 出生在一個貧窮的礦工家庭，為了能夠上大學，他和朋友努力研究製作火箭模型。





翔於十月天空 揭開彈著之謎

某次實驗後，希坎因找不回射出的火箭，且不久後即發生森林大火，因而被警方指控為大火元凶。

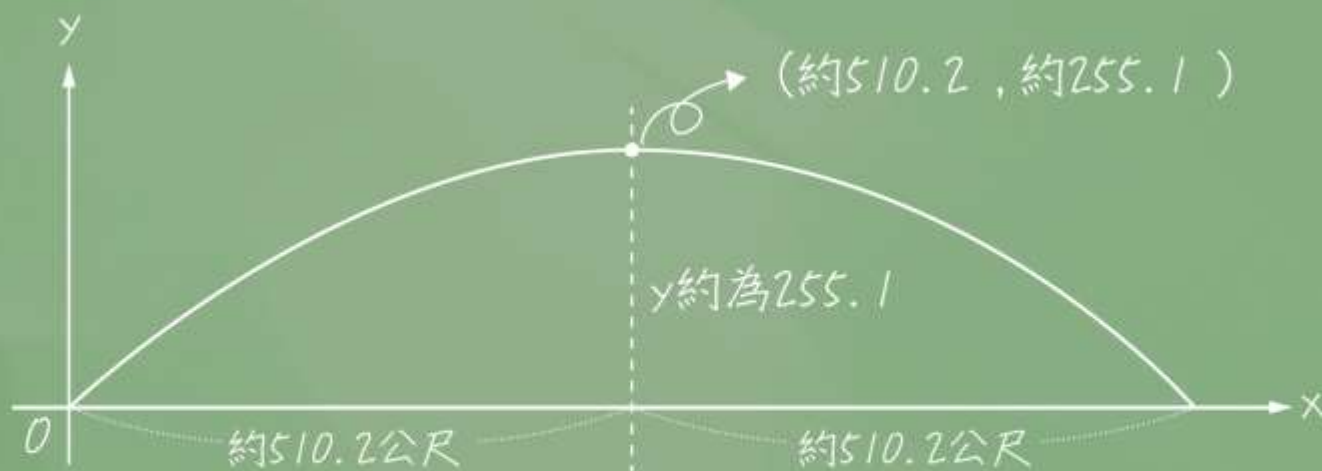
希坎利用學過的數學知識，試圖算出火箭的掉落地點。





翔於十月天空 揭開彈著之謎

經過一連串計算後，他求得火箭的高度與水平距離的關係是一個二次函數。



$$y = -\frac{9.8}{10000} \left(x - \frac{10000}{19.6} \right)^2 + \frac{2500}{9.8},$$

最高點為 $\left(\frac{10000}{19.6}, \frac{2500}{9.8} \right)$ ，大約是在 $(510.2, 255.1)$ 的位置，
所以火箭落在距離發射地約1020.4公尺的位置。





翔於十月天空 揭開彈著之謎

最終希坎成功找回火箭，與森林大火位相距甚遠，終於證明了自己的清白。



本節已結束。

請點選數學小博士→
離開投影片。



延伸演練

二次函數 $y = a(x-4)^2 + 6$ 有最小值 6，試問下列敘述何者正確？

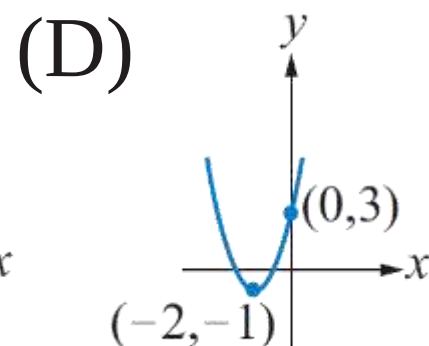
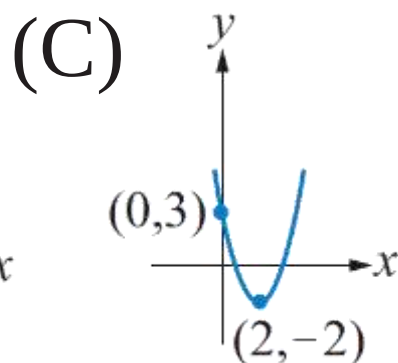
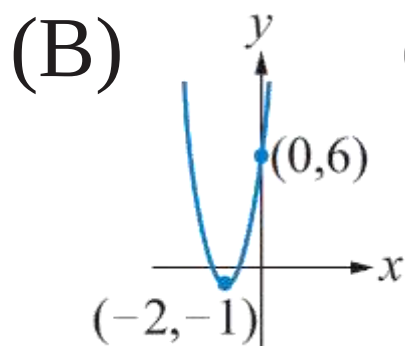
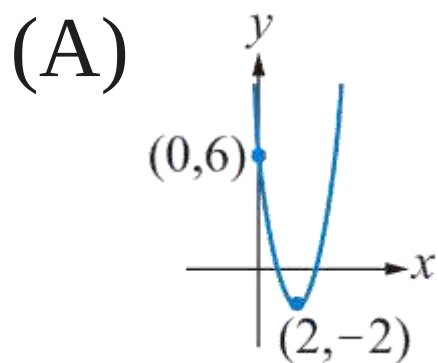
- (A) $a < 0$
- (B) 此函數圖形的頂點為 $(-4, 6)$
- (C) 此函數圖形的對稱軸為 $x = 4$
- (D) 此函數圖形的開口向下

解 (C) 。 #



延伸演練

若下列有一圖形為二次函數 $y = 2(x-2)^2 - 2$ 的圖形，則此圖為何？



解 (A) 。 #



類題演練

配合例題 3

求下列二次函數的最大值或最小值：

(1) $y = 8(x - 5)^2 + 1$ 。

解 當 $x = 5$ 時， y 有最小值 1。

(2) $y = -0.2(x + 3)^2 + 4$ 。

解 當 $x = -3$ 時， y 有最大值 4。#





延伸演練

若二次函數 $y = a(x - h)^2 + k$ 圖形的頂點為 $(-2, 3)$ ，且通過 $(5, 2)$ ，則此二次函數有最大值（填大或小）為3 #。





延伸演練

二次函數 $y = 123x^2 + 4567$ 與 y 軸的交點坐標為何？

解 $(0, 4567)$ 。#





類題演練

配合例題 4

求二次函數 $y = x^2 - 5x - 14$ 的圖形與 y 軸的交點坐標。

解 $(0, -14)$ 。#



類題演練

配合探索活動

將二次函數 $y = x^2$ 向右平移 3 單位，向下平移 4 單位，所得的函數圖形和 x 軸有幾個交點？此函數為何？

解 2 個交點，

函數為 $y = (x - 3)^2 - 4$ 。#



類題演練

配合例題 5

判斷下列二次函數圖形與 x 軸的交點個數：

(1) $y = -(x + 1)^2$ 。

解 一個交點。

(2) $y = 2(x - 3)^2$ 。

解 一個交點。 #



延伸演練

若二次函數 $y = (x - 2)^2 + 3$ 的圖形向右平移 1 個單位，再向下平移 3 個單位後，其圖形跟 x 軸有幾個交點？

解 一個交點。 #



類題演練

配合例題 6

判斷下列二次函數圖形與 x 軸的交點個數：

(1) $y = (x + 2)^2 - 3$ 。

解 兩個交點。

(2) $y = -2x^2 - 3$ 。

解 沒有交點。 #



延伸演練

(1) 二次函數 $y = 2(x - 5)^2 + \frac{5}{3}$ 的圖形向下平移 3 個單位後，其圖形與 x 軸有幾個交點？

解 兩個交點。

(2) 承(1)，若再向上移動 k 個單位後，其圖形與 x 軸恰有一個交點，則 $k = ?$

解 $\frac{4}{3}$ 。#



歷屆試題

基礎題

坐標平面上有兩直線 L 、 M ，其方程式分別為 $y = -50$ 、 $y = -40$ 。判斷下列哪一個二次函數在坐標平面上的圖形與 L 、 M 共有 4 個交點？

(A) $y = (x - 35)^2 - 35$

(B) $y = (x - 35)^2 - 45$

(C) $y = -(x - 45)^2 - 35$

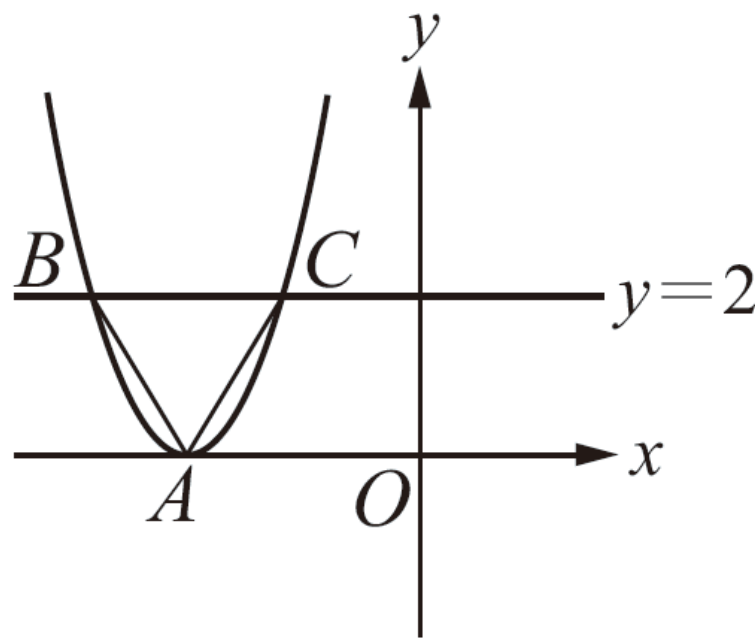
(D) $y = -(x - 45)^2 - 45$

解 (C)。

歷屆試題

精熟題

如右圖，坐標平面上有一頂點為 A 的拋物線，此拋物線與方程式 $y=2$ 的圖形交於 B 、 C 兩點，且 $\triangle ABC$ 為正三角形。若 A 點坐標為 $(-3, 0)$ ，則此拋物線與 y 軸的交點坐標為何？



- (A) $(0, \frac{9}{2})$ (B) $(0, \frac{27}{2})$ (C) $(0, 9)$ (D) $(0, 18)$

解 (B) 。 #