



連比例的運算性質

若 a 、 b 、 c 三數的比記為 $a : b : c$ ，且 $m \neq 0$ ，
則

$$(1) a : b : c = ma : mb : mc$$

$$(2) a : b : c = \frac{a}{m} : \frac{b}{m} : \frac{c}{m}$$

若 a 、 b 、 c 的最大公因數是 1，則
 $a : b : c$ 稱為最簡整數比。

洛基和妙麗兩人分別只記得其中兩個調味料的比例，想求得這三個調味料的連比，就要從相同的調味料著手。這兩個比中，相同的調味料醬油所對應的數都是 7。設冰糖要 x 匙，醬油要 y 匙，米酒要 z 匙，根據上述的內容可知

$$x : \boxed{y} = 3 : \boxed{7}$$

$$\boxed{y} : z = \boxed{7} : 5$$

因此，可以直接求出 $x : y : z = 3 : 7 : 5$ 。
像這樣的式子，稱為**連比例式**。

也就是說，只知道 $x:y$ 、 $y:z$ 與 $x:z$ 這三個比中的其中任兩個比，要求這三個文字符號的連比時，就必須先從相同文字符號所對應的數開始，如果對應的數相同，就可以直接求這三個文字符號的連比。



某便利商店想更換招牌，已知正面招牌的長與寬分別是 x 公分與 y 公分，且 $x : y = 11 : 4$ ，側面招牌的寬與長分別是 y 公分與 z 公分，且 $y : z = 4 : 9$ ，則 $x : y : z = ?$



解 因為 $x : y = 11 : 4$ ， $y : z = 4 : 9$

$$\begin{array}{rcl} \text{所以 } x : y & = & 11 : 4 \\ & & y : z = 4 : 9 \end{array}$$

因此 $x : y : z = 11 : 4 : 9$ 。

#

解



如果相同文字符號所對應的數不同時，
 例如 $x : y = 3 : 4$ ， $y : z = 6 : 5$ ，此時求
 $x : y : z$ 的連比，可將 $x : y$ 與 $y : z$ 分別乘以
 適當的數，使得 y 所對應的數相同，再求這
 三個數的連比，我們以下面的例子來說明。

已知 $x : y = 3 : 4$ ， $y : z = 6 : 5$ ，

所以 $x : \boxed{y} = 3 : \boxed{4}$
 $\boxed{y} : z = \boxed{6} : 5$

在前面的說明中，相同的文字符號是 y ，
為了使對應的 y 值相同，可以乘以對方的數，
使得對應的 y 值相同。

所以

$$\begin{array}{ccccccc}
 x : y & = 3 : 4 & \xrightarrow{\text{同時乘以 } 6} & = (3 \times 6) : (4 \times 6) & = 18 : 24 \\
 y : z & = 6 : 5 & \xrightarrow{\text{同時乘以 } 4} & = (6 \times 4) : (5 \times 4) & = 24 : 20
 \end{array}$$

↑
對應的 y 值相同

通常會約分成
最簡整數比。

因此可以得到

$$x : y : z = 18 : 24 : 20 = 9 : 12 : 10。$$

一般而言，相同文字符號所對應的數不同時，除了可以乘以對方的數，使得對應的 y 值相同，**也可以選取兩數的最小公倍數，當作相同文字符號所對應的數**，我們以下面的例子來說明。

已知 $x : y = 3 : 4$, $y : z = 6 : 7$, 求 $x : y : z$ 。

解 因為 $[4, 6] = 12$,

所以

$$\begin{aligned} x : y &= 3 : 4 = (3 \times 3) : (4 \times 3) = 9 : 12 \\ y : z &= 6 : 7 = (6 \times 2) : (7 \times 2) = 12 : 14 \end{aligned}$$

因此 $x : y : z = 9 : 12 : 14$ 。



我們也可用直式來求三數的連比，如下：

$$\begin{array}{rcl}
 x & : & y & : & z \\
 3 & : & 4 & & \\
 & & 6 & : & 7 \\
 \hline
 (3 \times 3) & : & (4 \times 3) & & \\
 & & (6 \times 2) & : & (7 \times 2) \\
 \hline
 9 & : & 12 & : & 14
 \end{array}$$



1. 已知 $x : y = 5 : 3$, $y : z = 4 : 5$, 求 $x : y : z$ 。

解

x	:	y	:	z
5	:	3		
		4	:	5
20	:	12	:	15

因此 $x : y : z = 20 : 12 : 15$ 。



解





2. 已知 $x : y = 10 : 3$, $x : z = 6 : 5$, 求 $x : y : z$ 。

解

x	:	y	:	z
10	:	3		
6			:	5
30	:	9	:	25

因此 $x : y : z = 30 : 9 : 25$ 。



解



在求連比的過程中，如果碰到分數或小數，可以先化為最簡整數比，再來求其連比。

例2 連比例的運算

1. 已知 $x : y = 5 : 6$, $x : z = 4 : \frac{1}{3}$, 求 $x : y : z$ 。

解 $x : z = (4 \times 3) : (\frac{1}{3} \times 3) = 12 : 1$

x	:	y	:	z
5	:	6		
12			:	1
(5×12)	:	(6×12)		
(12×5)			:	(1×5)
60	:	72	:	5

因此 $x : y : z = 60 : 72 : 5$ 。

#

2. 已知 $x : y = 0.2 : 0.3$, $y : z = 12 : 5$,
求 $x : y : z$ 。

解 $x : y = (0.2 \times 10) : (0.3 \times 10) = 2 : 3$

x	:	y	:	z
2	:	3	:	
		12	:	5
(2×4)	:	(3×4)	:	
		12	:	5
8	:	12	:	5

因此 $x : y : z = 8 : 12 : 5$ 。



1. 已知 $x : y = 3 : 2$, $y : z = \frac{1}{4} : \frac{1}{5}$, 求 $x : y : z$ 。

解 $y : z = (\frac{1}{4} \times 20) : (\frac{1}{5} \times 20) = 5 : 4$

x	:	y	:	z
3	:	2		
		5	:	4
15	:	10	:	8

因此 $x : y : z = 15 : 10 : 8$ 。





2. 已知 $x : z = 1.4 : 1.6$, $y : z = 5 : 2$,
求 $x : y : z$ 。

解 $x : z = (1.4 \times 10) : (1.6 \times 10) = 14 : 16 = 7 : 8$

x	:	y	:	z
7	:			8
		5	:	2
7	:	20	:	8

因此 $x : y : z = 7 : 20 : 8$ 。



例3 連比例的運算

已知 x 、 y 、 z 皆不等於 0，且 $5x=4y$ ， $3x=5z$ ，
求 $x:y:z$ 。

解 由 $5x=4y$ ，可得 $x:y=4:5$ ，

$$\begin{array}{ccccc} x & : & y & : & z \\ 4 & : & 5 & & \end{array}$$

(接續下頁)

例3 連比例的運算

已知 x 、 y 、 z 皆不等於 0，且 $5x=4y$ ， $3x=5z$ ，求 $x:y:z$ 。

解 由 $3x=5z$ ，可得 $x:z=5:3$ ，

x	:	y	:	z
4	:	5		
5			:	3
(4×5)	:	(5×5)		
(5×4)			:	(3×4)
20	:	25	:	12

(接續下頁)

已知 x 、 y 、 z 皆不等於 0，且 $5x=4y$ ， $3x=5z$ ，
求 $x:y:z$ 。

解 因此 $x:y:z=20:25:12$ 。

x	:	y	:	z
4	:	5		
5			:	3
(4×5)	:	(5×5)		
(5×4)			:	(3×4)
20	:	25	:	12

#



1. 已知 x 、 y 、 z 皆不等於 0，且 $x - 2y = 0$ ，
 $4y = 3z$ ，求 $x : y : z$ 。

解 由 $x - 2y = 0$ ，得 $x = 2y$ ， $x : y = 2 : 1$ ，

$$\begin{array}{ccccc} x & : & y & : & z \\ 2 & : & 1 & & \end{array}$$

(接續下頁)



1. 已知 x 、 y 、 z 皆不等於 0，且 $x-2y=0$ ，
 $4y=3z$ ，求 $x:y:z$ 。

解 由 $4y=3z$ ，得 $y:z=3:4$ ，

x	:	y	:	z
2	:	1		
		3	:	4
6	:	3	:	4

(接續下頁)



1. 已知 x 、 y 、 z 皆不等於 0，且 $x - 2y = 0$ ，
 $4y = 3z$ ，求 $x : y : z$ 。

解 因此 $x : y : z = 6 : 3 : 4$ 。

x	:	y	:	z
2	:	1		
		3	:	4
6	:	3	:	4



解





2. 已知 x 、 y 、 z 皆不等於 0，且 $\frac{x}{4} = \frac{y}{5}$ ， $4x = 3z$ ，
求 $x : y : z$ 。

解 由 $\frac{x}{4} = \frac{y}{5}$ ，得 $x : y = 4 : 5$ ，

$$\begin{array}{ccccccc} x & : & y & : & z \\ 4 & : & 5 & & \end{array}$$

(接續下頁)



2. 已知 x 、 y 、 z 皆不等於 0，且 $\frac{x}{4} = \frac{y}{5}$ ， $4x = 3z$ ，
求 $x : y : z$ 。

解 由 $4x = 3z$ ，得 $x : z = 3 : 4$ ，

x	:	y	:	z
4	:	5		
3			:	4
12	:	15	:	16

(接續下頁)



2. 已知 x 、 y 、 z 皆不等於 0，且 $\frac{x}{4} = \frac{y}{5}$ ， $4x = 3z$ ，
求 $x : y : z$ 。

解 因此 $x : y : z = 12 : 15 : 16$ 。

x	:	y	:	z
4	:	5		
3			:	4
12	:	15	:	16





1 連比

a 比 b 比 c 記作 $a : b : c$ ，稱為 a 、 b 、 c 的連比。



2 連比例的運算性質

若 a 、 b 、 c 三數的比記為 $a : b : c$ ，且 $m \neq 0$ ，則

$$(1) a : b : c = ma : mb : mc$$

$$(2) a : b : c = \frac{a}{m} : \frac{b}{m} : \frac{c}{m}$$



3 求連比

由 $x : y$ 、 $y : z$ 、 $x : z$ 中的任意兩個比，可求出 $x : y : z$ 。



3 求連比

例 (1) 若相同文字符號所對應的數相同。

$$x : y = 2 : 3, y : z = 3 : 5,$$

x	:	y	:	z
2	:	3		
		3	:	5
2	:	3	:	5

可求出連比例式 $x : y : z = 2 : 3 : 5$ 。



3 求連比

例 (2) 若相同文字符號所對應的數不同。

$$x : z = 3 : 4, y : z = 7 : 6,$$

x	:	y	:	z
3	:		:	4
		7	:	6
9	:	14	:	12

← $[4, 6] = 12$

可求出連比例式 $x : y : z = 9 : 14 : 12$ 。