

## 1-1

## 乘法公式

$$\textcircled{1} (a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$\textcircled{2} (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\textcircled{3} (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\textcircled{4} (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$



溫故啟思



重點整理



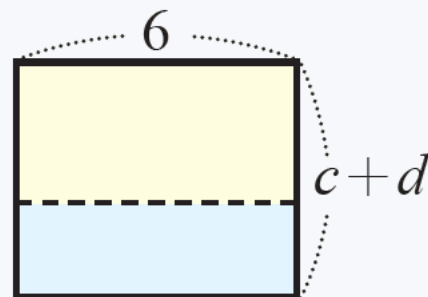
自我評量



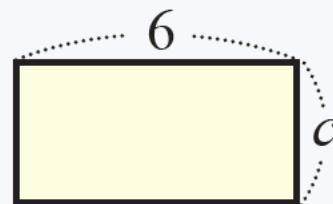


## 溫故啟思

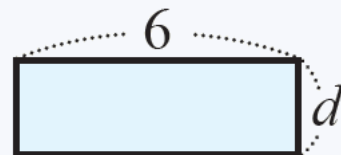
- ① 長為 6、寬為  $c + d$  的長方形面積為  $6(c + d)$ 。



- ② 長為 6、寬為  $c$  的長方形面積為  $6c$ 。



- ③ 長為 6、寬為  $d$  的長方形面積為  $6d$ 。



- ④ 由 ① ~ ③ 可以得知  
 $6(c + d)$  =  $6c + 6d$  #。

ALL





1

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

一個長為  $a$ 、寬為  $c + d$  的長方形，其面積為  $a \times (c + d)$ ，省略乘號「 $\times$ 」可記為  $a(c + d)$ 。將長方形的寬分成  $c$ 、 $d$  兩段，則長方形可分成兩個小長方形，其面積分別為  $ac$ 、 $ad$ ，因此得知  $a(c + d) = ac + ad$ 。





## 隨堂練習

1 如右圖，長方形甲的面積為 199  $\times 40$ 。

2 如右圖，長方形乙的面積為 200  $\times 40$ ，

長方形丙的面積為 1  $\times 40$ 。

3 承 1 和 2，

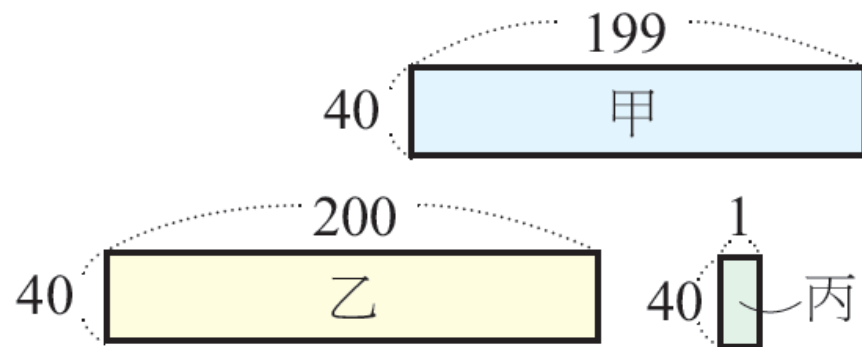
由於甲的面積為乙扣掉丙的面積

得知： $199 \times 40 = (200 - \underline{1}) \times 40$

$= 200 \times 40 - \underline{1} \times 40$

$= 8000 - \underline{40}$

$= \underline{7960} \#$ 。



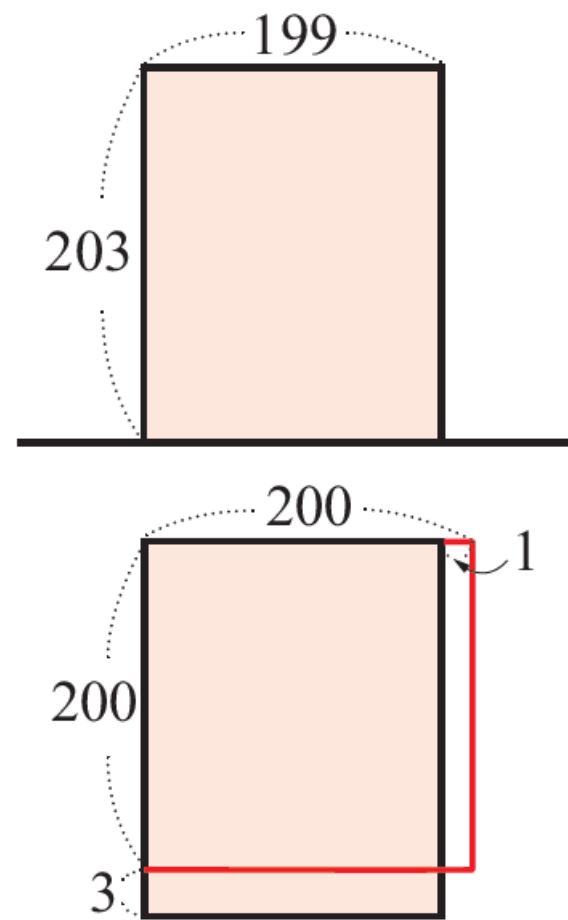
ALL

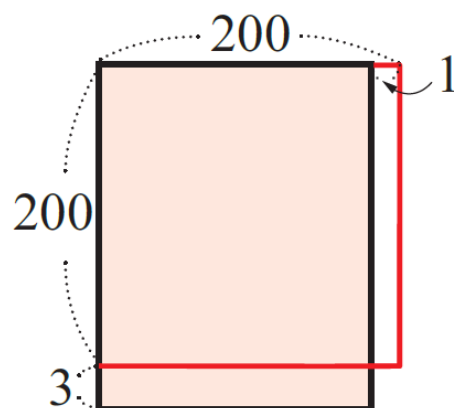
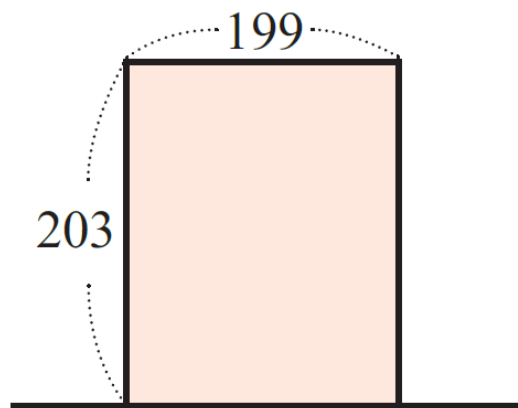




姜丙要油漆一面寬 199 公分，  
高 203 公分的牆壁，  
由於寬與高都接近 200 公分，  
因此油漆面積會接近  
 $200 \times 200 = 40000$  (平方公分)。

根據以往的經驗，一罐油漆足  
夠漆 40000 平方公分以下的面  
積，但超過 40000 平方公分時  
需要多準備一罐，那麼姜丙這  
次需要準備幾罐油漆？





$$199 \times 203$$

$$= (200 - 1) \times 203$$

$$= 200 \times 203 - 1 \times 203$$

由  $(a - b) \times c = ac - bc$

$$= 200 \times (200 + 3) - 203$$

$$= 200^2 + 200 \times 3 - 203$$

由  $a \times (b + c) = ab + ac$

$$= ab + ac$$

$$= 200^2 + 397$$

所以這面牆壁油漆面積會超過 40000 平方公分，因此姜丙需要準備兩罐油漆。





►  $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

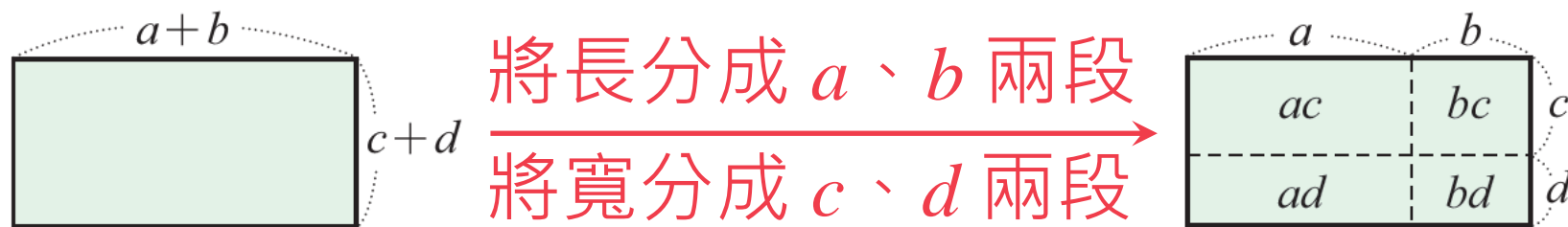
一個長為  $a + b$ ，寬為  $c + d$  的長方形，  
其面積為  $(a + b)(c + d)$ 。

若將長方形的長分成  $a$ 、 $b$  兩段，

寬分成  $c$ 、 $d$  兩段，

則長方形可被分成四個小長方形，

其面積分別為  $ac$ 、 $bc$ 、 $ad$  與  $bd$ ，



因此得知  $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ 。





事實上，對於任意數  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ ，我們也可以利用分配律得到相同的結論：

$$\begin{aligned}(a+b)(c+d) &= a(c+d) + b(c+d) \\ &= ac + ad + bc + bd\end{aligned}$$

可以先將  $(c+d)$  看成  $x$ ，  
則  $(a+b)x = ax + bx$ 。







## 隨堂練習

## 類題演練



若  $a = 200$ 、 $b = 1$ 、 $c = 200$ 、 $d = 3$ ，利用計算機分別求  $(a + b)(c + d)$  與  $ac + ad + bc + bd$  的值，並比較這兩個值是否相等。

**解**  $(a + b)(c + d) = [200 + 1](200 + 3)$   
 $= 201 \times 203 = 40803$

$$\begin{aligned} & ac + ad + bc + bd \\ &= 200 \times 200 + 200 \times 3 + 1 \times 200 + 1 \times 3 \\ &= 40000 + 600 + 200 + 3 = 40803 \end{aligned}$$

因此會相等 #

ALL





## 分配律

設  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  是任意數，

則  $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ 。



利用分配律將上面左式運算成右式的過程  
稱為展開  $(a + b)(c + d)$ 。





# 例 1 利用分配律求值



利用分配律計算下列各式，並用計算機檢驗計算結果：

(1)  $102 \times 108$

解 (1)  $102 \times 108$

$$= (100 + 2)(100 + 8)$$

$$= 100 \times 100 + 100 \times 8 + 2 \times 100 + 2 \times 8$$

$$= 10000 + 800 + 200 + 16$$

$$= 11016 \#$$

分配律乘開時要注意正負號變化。



ALL





# 例 1 利用分配律求值



利用分配律計算下列各式，並用計算機檢驗計算結果：

(2)  $9.9 \times 9.7$

解 (2)  $9.9 \times 9.7$

$$= [10 + (-0.1)] [10 + (-0.3)]$$

$$= 10 \times 10 + 10 \times (-0.3) \\ + (-0.1) \times 10 + (-0.1) \times (-0.3)$$

$$= 10 \times 10 - 10 \times 0.3 - 0.1 \times 10 + 0.1 \times 0.3$$

$$= 100 - 3 - 1 + 0.03 = 96.03 \#$$

ALL





在例題 1 (2) 中，計算  $9.9 \times 9.7$  也可以用

$$9.9 \times 9.7 = (10 - 0.1)(10 - 0.3)$$

$$= 10 \times 10 - 10 \times 0.3 - 0.1 \times 10 + 0.1 \times 0.3$$

$$= 96.03$$





## 隨堂練習

計算機按法請參考附錄

利用分配律計算下列各式，並用計算機檢驗  
計算結果：

類題演練

$$\begin{aligned}(1) 102 \times 99 &= (100 + 2)(100 - 1) \\ \text{解} \quad &= 100 \times 100 - 100 \times 1 + 2 \times 100 - 2 \times 1 \\ &= 10000 - 100 + 200 - 2 = 10098\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) 6\frac{1}{5} \times 5\frac{1}{6} &= \left(6 + \frac{1}{5}\right) \left(5 + \frac{1}{6}\right) \\ \text{解} \quad &= 6 \times 5 + 6 \times \frac{1}{6} + \frac{1}{5} \times 5 + \frac{1}{5} \times \frac{1}{6} \\ &= 30 + 1 + 1 + \frac{1}{30} = 32\frac{1}{30} \quad \# \end{aligned}$$

ALL





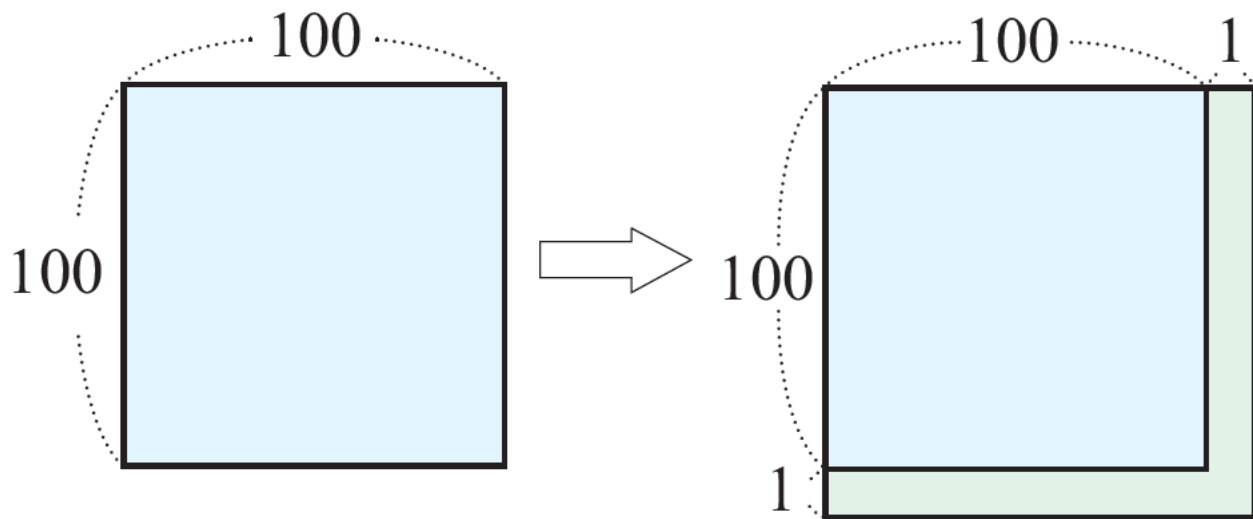
# 2

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

## 和的平方公式

在本章開頭  
(P.5) 的例子中，現有  
邊長為 100  
的正方形，  
如果將邊長

增加 1 後，則面積會增加多少呢？  
我們來看下面的討論。

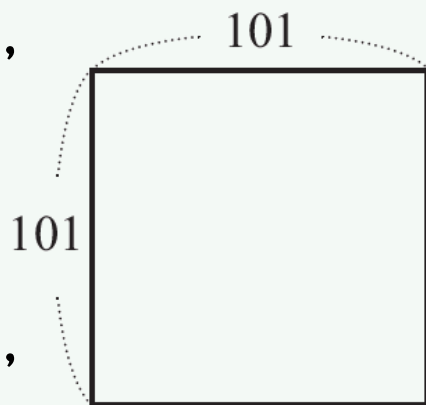




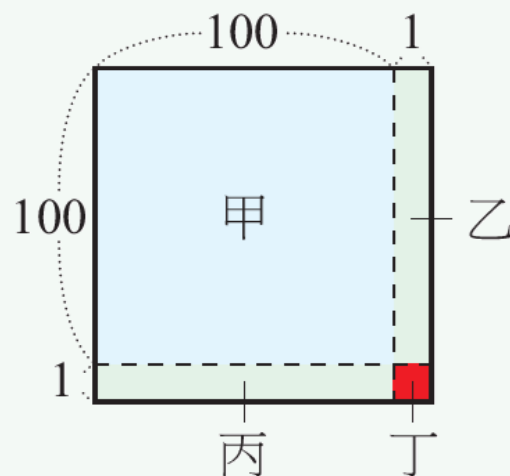
## 探索活動

利用面積的分割比較  $101^2$  與  $100^2$ 。

① 如右圖，  
邊長為  
101 的  
正方形，  
將邊長分



將邊長分成  
100 與 1 兩段



成 100 與 1 兩段，則正方形可被分成甲、乙、丙、丁四個長方形，此時甲的面積為  $100^2$ ，求其餘三個長方形面積分別為何？

$$\text{乙} = \text{丙} = 100 \times 1 = 100, \text{丁} = 1^2 = 1.$$

#

ALL







## 探索活動

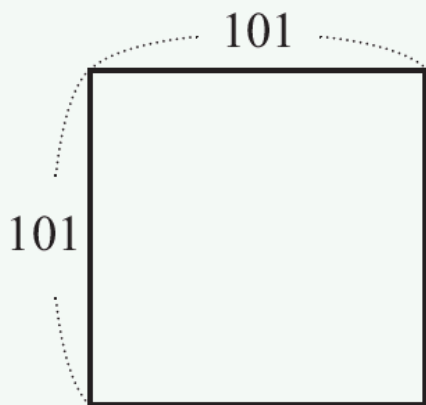
利用面積的分割比較  $101^2$  與  $100^2$ 。

2 利用分割前、後的正方形面積不變，

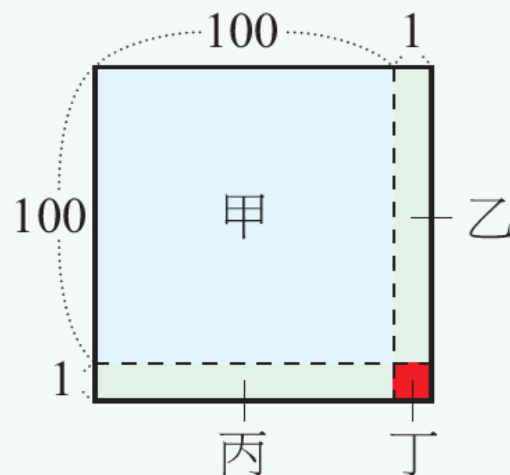
說明  $101^2$  比  $100^2$  大多少？

$$101^2 = 100^2 + 2 \times 100 + 1 = 100^2 + 201。$$

$$\text{或 } 101^2 - 100^2 = 2 \times 100 + 1 = 201。 \#$$



將邊長分成  
100 與 1 兩段

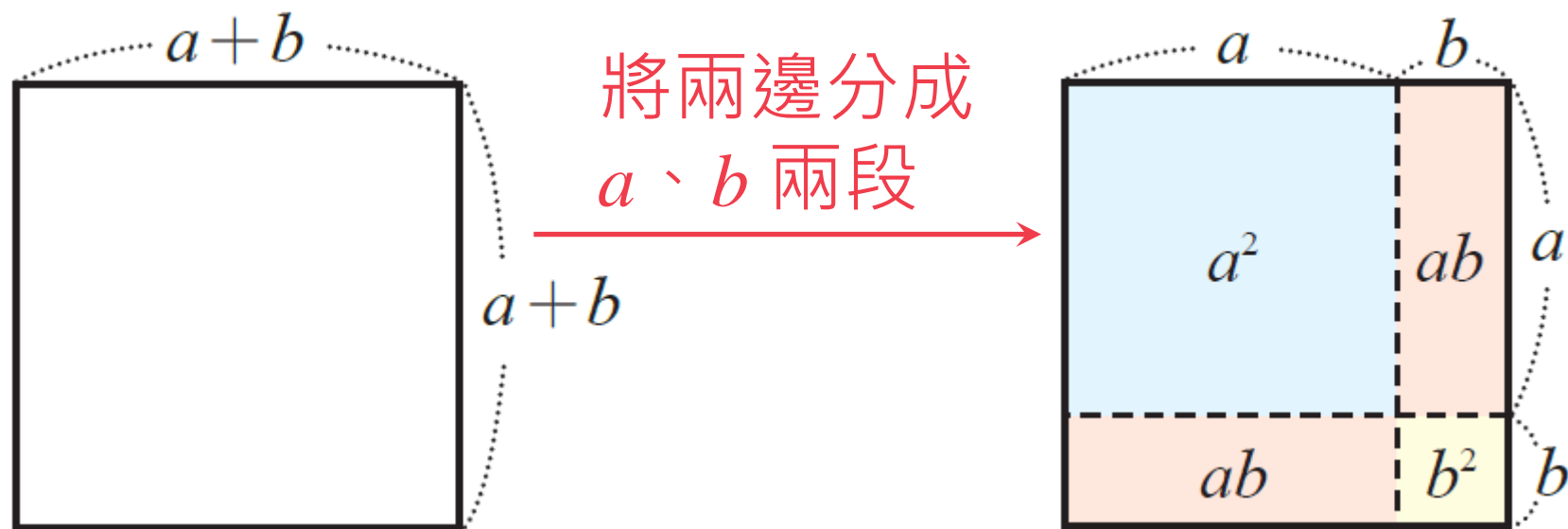


ALL





接下來討論一般的情況，一個邊長為  $a + b$  的正方形，其面積為  $(a + b)^2$ 。將邊長分成  $a$ 、 $b$  兩段，則正方形可被分成四個小長方形，其面積分別為  $a^2$ 、 $ab$ 、 $ab$  與  $b^2$ ，



因此得知  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 。  
(可使用附件1操作)





事實上，對於任意數  $a$ 、 $b$ ，我們也可以利用分配律得到相同的結論：

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= (a + b)(a + b) \\&= a^2 + ab + ba + b^2 \\&= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

因為  $ab = ba$ ，  
所以  $ab + ba = 2ab$ 。





## 和的平方公式

設  $a$ 、 $b$  是任意數，  
則  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 。



$$\begin{aligned}(5 + 3)^2 \\ = 5^2 + 2 \times 5 \times 3 + 3^2\end{aligned}$$





## 隨堂練習

## 類題演練

## 延伸演練

根據和的平方公式，判斷下表中的等式對或錯。若錯誤，試加以更正。**解**

等 式	對	錯	更 正
$(4 + 3)^2 = 4^2 + 3^2$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	$(4 + 3)^2$ $= 4^2 + 2 \times 4 \times 3 + 3^2$
$(2 + 8)^2$ $= 2^2 + 2 \times 8 + 8^2$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	$(2 + 8)^2$ $= 2^2 + 2 \times 2 \times 8 + 8^2$
$(5 + 1)^2$ $= 5^2 + 2 \times 5 \times 1 + 1^2$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
$10^2 + 2 \times 10 \times 2 + 2^2$ $= (10 + 2)^2$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

ALL



#



## 例2 利用和的平方公式求值

利用和的平方公式計算下列各式：

(1)  $201^2$

解 (1)  $201^2$

$$= (200 + 1)^2 = 200^2 + 2 \times 200 \times 1 + 1^2$$

$$\begin{array}{ccccccc} \uparrow & \uparrow & & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ (a + b)^2 = & a^2 & + 2 \times & a & \times b & + b^2 \end{array}$$

$$= 40000 + 400 + 1$$

$$= 40401 \quad \#$$

ALL





## 例2 利用和的平方公式求值

利用和的平方公式計算下列各式：

(2)  $10.5^2$

解 (2)  $10.5^2$

$$= (10 + 0.5)^2 = 10^2 + 2 \times 10 \times 0.5 + 0.5^2$$

$$\begin{array}{ccccccc} \uparrow & \uparrow & & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ (a + b)^2 = & a^2 & + & 2 \times & a & \times & b + b^2 \end{array}$$

$$= 100 + 10 + 0.25$$

$$= 110.25 \#$$



## 例 2

## 利用和的平方公式求值

## 類題演練

利用和的平方公式計算下列各式：

$$(3) 37^2 + 2 \times 37 \times 23 + 23^2$$

解 (3)  $37^2 + 2 \times 37 \times 23 + 23^2 = (37 + 23)^2$

$$\begin{array}{ccccccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ a^2 & + & 2 \times & a & \times & b & + & b^2 & = & ( & a & + & b & )^2 \end{array}$$

$$= 60^2$$

$$= 3600 \quad \#$$

ALL







## 隨堂練習

利用和的平方公式計算下列各式：

(1)  $103^2$

**解**  $= (100 + 3)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 3 + 3^2$   
 $= 10000 + 600 + 9 = 10609$

(2)  $(10\frac{1}{5})^2$

**解**  $= (10 + \frac{1}{5})^2 = 10^2 + 2 \times 10 \times \frac{1}{5} + (\frac{1}{5})^2$   
 $= 100 + 4 + \frac{1}{25} = 104\frac{1}{25}$  #

ALL





## 隨堂練習

利用和的平方公式計算下列各式：

$$(3) 67^2 + 2 \times 67 \times 133 + 133^2$$

$$\text{解 } = (67 + 133)^2$$

$$= 200^2$$

$$= 40000 \#$$

ALL



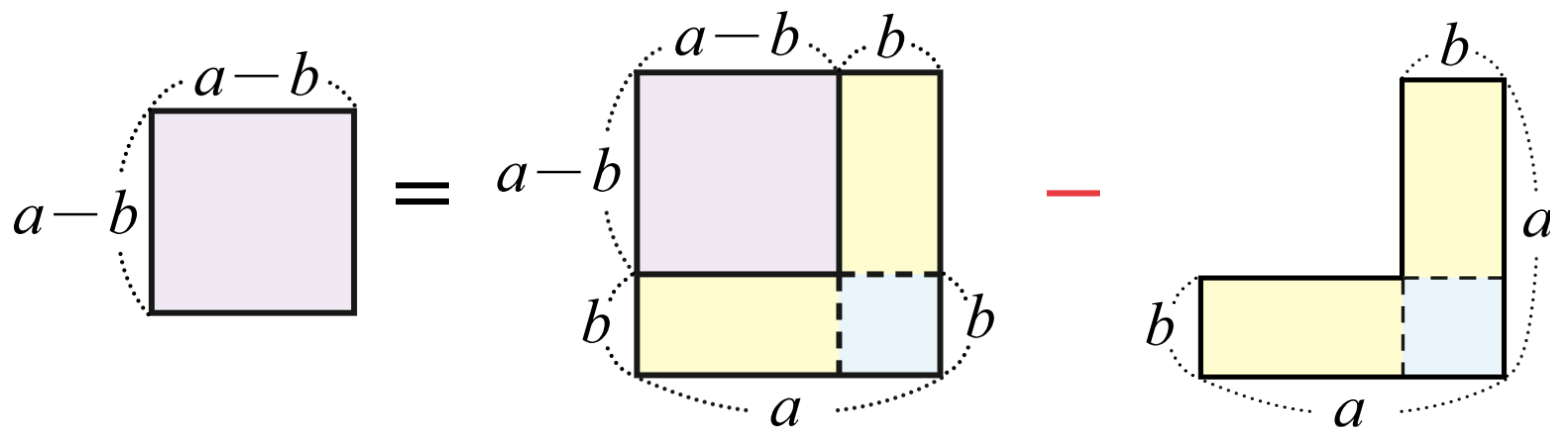


3

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

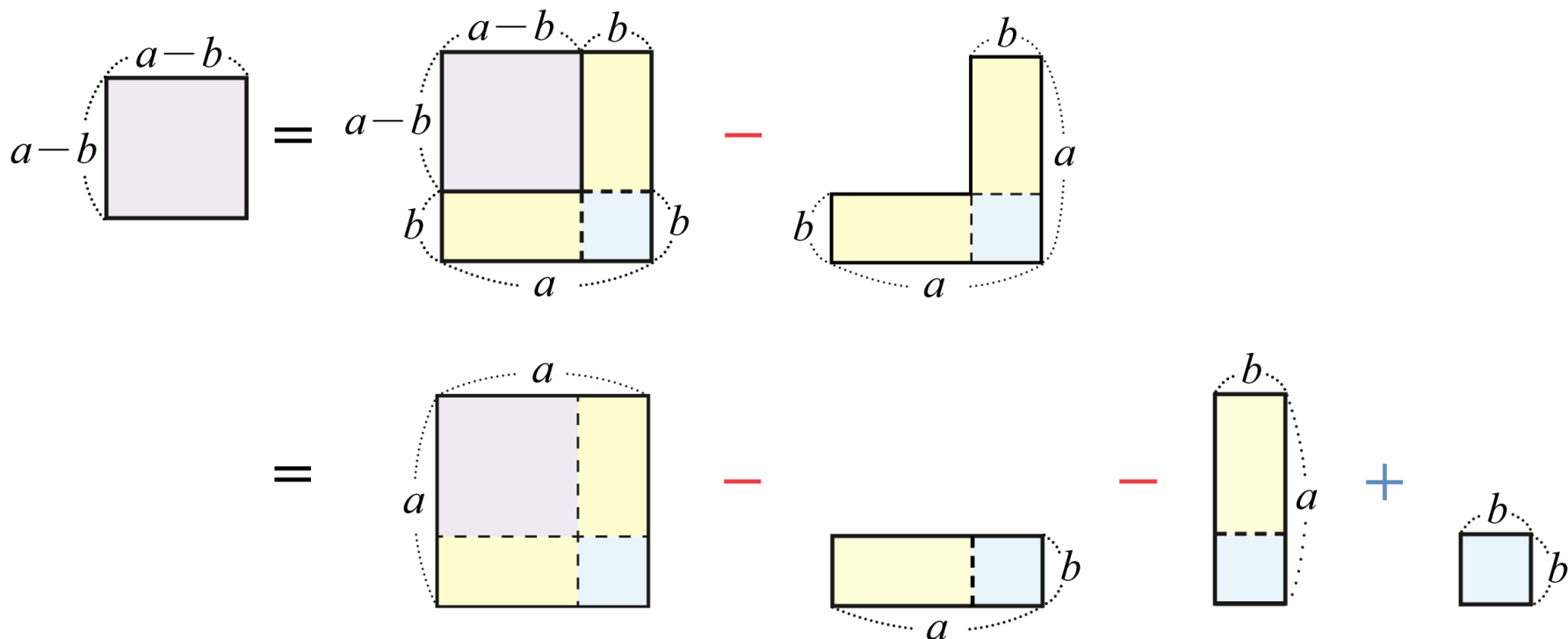
## 差的平方公式

一個邊長為  $a-b$  的正方形，  
其面積為  $(a-b)^2$ ，由於  $a$  比  $(a-b)$  多  $b$ ，  
因此我們可以用邊長為  $a$  的正方形面積扣除  
多出的區域面積來計算  $(a-b)^2$ ，





作法如下：( 可使用附件2操作 )



$$\begin{aligned} \text{因此得知 } (a-b)^2 &= a^2 - ab - ab + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2。 \end{aligned}$$





對於任意數  $a$ 、 $b$ ，我們也可以利用和的平方公式得到相同的結論：

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= [a + (-b)]^2 \\&= a^2 + 2a \times (-b) + (-b)^2 \\&= a^2 - 2ab + b^2.\end{aligned}$$



## 差的平方公式

設  $a$ 、 $b$  是任意數，  
則  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 。



$$\begin{aligned}(5-3)^2 \\&= 5^2 - 2 \times 5 \times 3 + 3^2\end{aligned}$$





## 隨堂練習

## 類題演練

根據差的平方公式，判斷下表中的等式對或錯。若錯誤，試加以更正。**解**

等 式	對	錯	更 正
$(11 - 1)^2 = 11^2 - 1^2$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	$(11 - 1)^2 = 11^2 - 2 \times 11 \times 1 + 1^2$
$(10 - 5)^2 = 10^2 - 2 \times 10 \times 5 + 5^2$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
$(20 - 8)^2 = 20^2 - 20 \times 8 + 8^2$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	$(20 - 8)^2 = 20^2 - 2 \times 20 \times 8 + 8^2$
$8^2 - 2 \times 8 \times 3 + 3^2 = (8 - 3)^2$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

ALL



#



### 例3 利用差的平方公式求值

利用差的平方公式計算下列各式：

(1)  $299^2$

解 (1)  $299^2$

$$= (300 - 1)^2 = 300^2 - 2 \times 300 \times 1 + 1^2$$

$$\begin{array}{ccccccc} \uparrow & \uparrow & & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ (a - b)^2 = a^2 - 2 \times a \times b + b^2 \end{array}$$

$$= 90000 - 600 + 1$$

$$= 89401 \quad \#$$

ALL





### 例 3 利用差的平方公式求值

利用差的平方公式計算下列各式：

$$(2) \left(9\frac{1}{2}\right)^2$$

解  $(2) \left(9\frac{1}{2}\right)^2$

$$= \left(10 - \frac{1}{2}\right)^2 = 10^2 - 2 \times 10 \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\begin{array}{ccccccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ (a - b)^2 & = & a^2 & - & 2 \times & a \times & b + b^2 \end{array}$$

$$= 100 - 10 + \frac{1}{4}$$

$$= 90\frac{1}{4} \#$$

ALL







# 例3 利用差的平方公式求值

類題演練

利用差的平方公式計算下列各式：

$$(3) 212^2 - 2 \times 212 \times 12 + 12^2$$

解 (3)  $212^2 - 2 \times 212 \times 12 + 12^2 = (212 - 12)^2$

$$\begin{array}{ccccccc} \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ a^2 & - 2 \times & a & \times & b & + & b^2 = (a - b)^2 \end{array}$$

$$= 200^2$$

$$= 40000 \#$$

ALL





## 隨堂練習

利用差的平方公式計算下列各式：

(1)  $98^2$

**解**  $= (100 - 2)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 2 + 2^2$   
 $= 10000 - 400 + 4 = 9604$

(2)  $9.7^2$

**解**  $= (10 - 0.3)^2 = 10^2 - 2 \times 10 \times 0.3 + 0.3^2$   
 $= 100 - 6 + 0.09 = 94.09$  #



ALL





## 隨堂練習

## 延伸演練

利用差的平方公式計算下列各式：

(3)  $54^2 - 2 \times 54 \times 4 + 4^2$

**解**  $= (54 - 4)^2$

$$= 50^2$$

$$= 2500 \text{ \#}$$

ALL

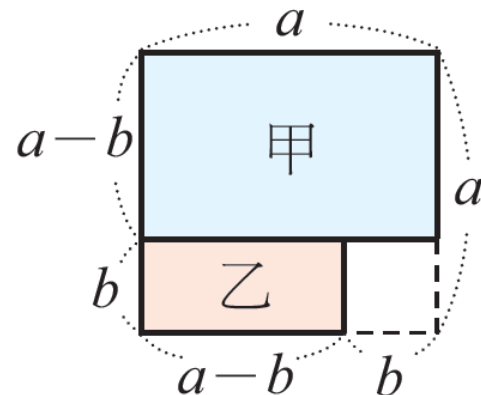
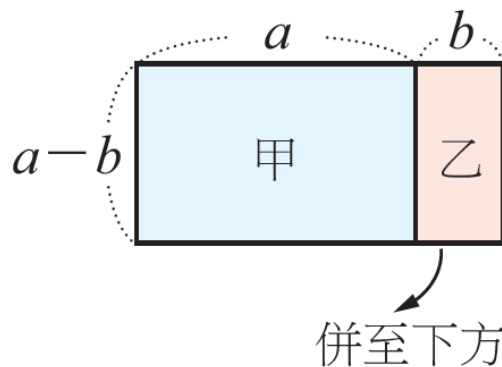
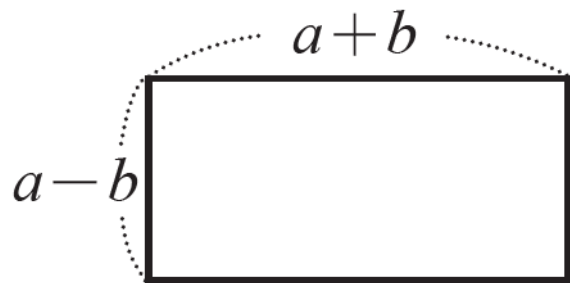


4

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

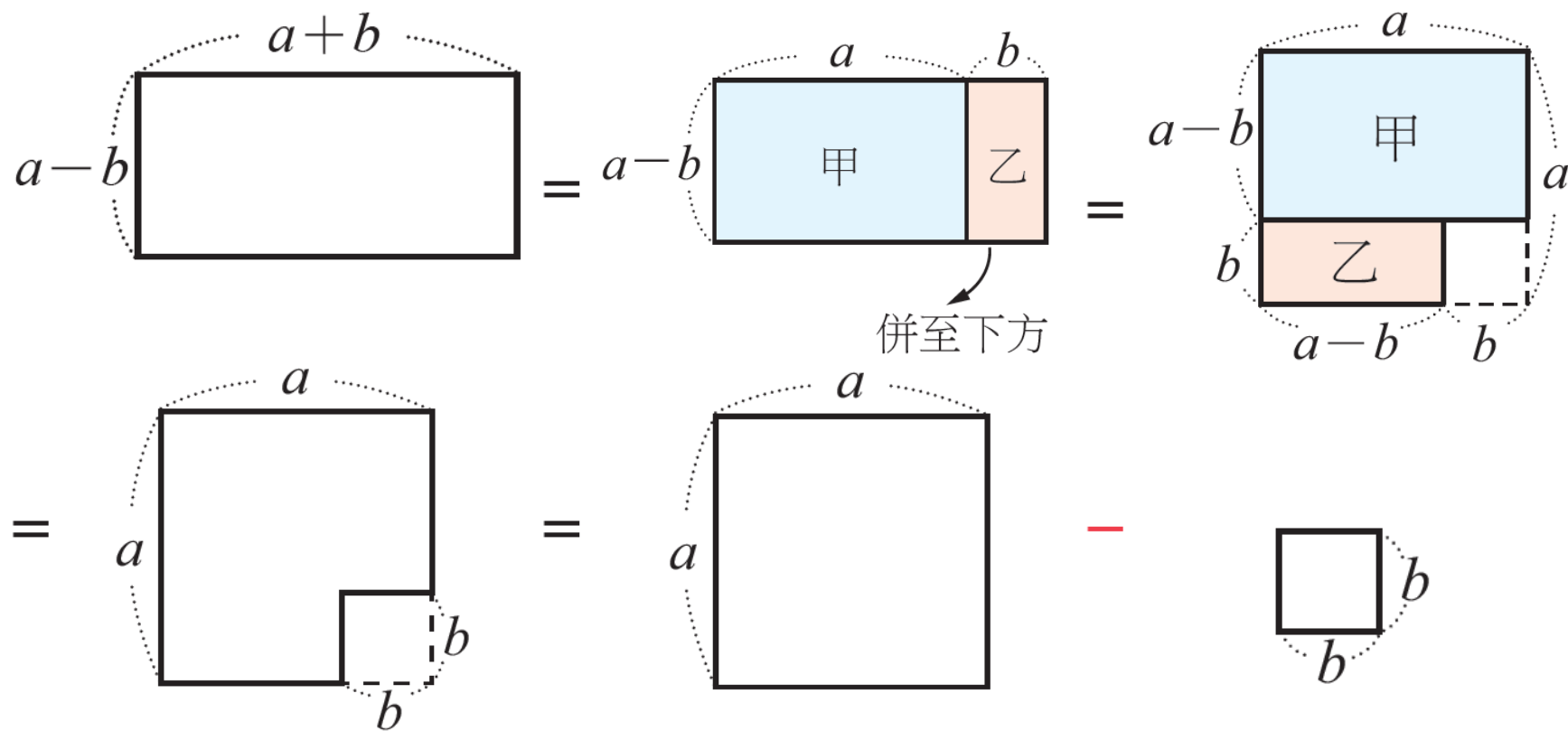
## 平方差公式

一個長為  $a+b$ 、寬為  $a-b$  的長方形，  
其面積為  $(a+b)(a-b)$ ，  
我們可以將長分成  $a$ 、 $b$  兩段，  
則長方形就可以分成甲、乙兩個小長方形。  
然後將長方形乙併至長方形甲的下方，





作法如下：( 可使用附件3操作 )



由於上圖為一個缺角的正方形，  
其面積為  $a^2 - b^2$ ，

因此得知  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 。





事實上，對於任意數  $a$ 、 $b$ ，我們也可以利用分配律得到相同的結論：

$$\begin{aligned} (a+b)(a-b) &= a^2 - ab + ba - b^2 \\ &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$



## 平方差公式

設  $a$ 、 $b$  是任意數，

則  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 。



$$\begin{aligned} (5+3)(5-3) \\ = 5^2 - 3^2 \end{aligned}$$





## 隨堂練習

根據平方差公式，判斷下表中的等式對或錯。  
若錯誤，試加以更正。 **解**

等 式	對	錯	更 正
$(15 + 5)(15 - 5)$ $= 15^2 - 5^2$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
$101^2 - 100^2$ $= (101 - 100)^2$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	$101^2 - 100^2$ $= (101 + 100)(101 - 100)$ #

ALL





## 例 4

## 利用平方差公式求值

利用平方差公式計算下列各式：

(1)  $103 \times 97$

解

(1)  $103 \times 97$

$$= (100 + 3)(100 - 3) = 100^2 - 3^2$$

$$\begin{array}{ccccccc} & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & \uparrow \\ ( & a & + & b & ) & ( & a & - & b & ) = & a^2 & - & b^2 \end{array}$$

$$= 10000 - 9$$

$$= 9991 \#$$

ALL

