

國小數學領域第十一冊(6 上)第 07 單元 圓面積與扇形面積

單元名稱		第 07 單元 圓面積與扇形面積	總節數	共 7 節，280 分鐘
設計依據				
學習重點	學習表現	s-III-2 認識圓周率的意義，理解圓面積、圓周長、扇形面積與弧長之計算方式。	領域核心素養	數-E-A1 具備喜歡數學、對數學世界好奇、有積極主動的學習態度，並能將數學語言運用於日常生活中。 數-E-B1 具備日常語言與數字及算術符號之間的轉換能力，並能熟練操作日常使用之度量衡及時間，認識日常經驗中的幾何形體，並能以符號表示公式。 數-E-C1 具備從證據討論事情，以及和他人有條理溝通的態度。 數-E-C2 樂於與他人合作解決問題並尊重不同的問題解決想法。
	學習內容	S-6-3 圓周率、圓周長、圓面積、扇形面積：用分割說明圓面積公式。求扇形弧長與面積。知道以下三個比相等：(1)圓心角：360；(2)扇形弧長：圓周長；(3)扇形面積：圓面積，但應用問題只處理用(1)求弧長或面積。		
核心素養呼應說明		圓形在生活當中處處可見，本單元透過生活情境的鋪陳，讓學生去感受到生活中所會碰到的圓面積是隨處可見，並且讓他們試著去觀察生活裡應用的圓面積與扇形面積的地方，更能夠將圓面積、扇形面積公式更靈活的運用再生活當中。		
議題融入	實質內涵	環境教育：環 E2 覺知生物生命的美與價值，關懷動、植物的生命。 家庭教育：家 E9 參與家庭消費行動，澄清金錢與物品的價值。		
	所融入之學習重點	透過生活中的運用如：人行道的面積計算、披薩的面積大小計算，帶令學生更能夠從生活中遭發現數學並運用數學。透過教師帶領的反思與探索生活周遭，進而對自身生活環境更有感。		
與其他領域/科目的連結		社會領域：理解不同文化的特色，欣賞並尊重文化的多樣性。		
學習目標		1.能理解圓面積公式，並求算圓面積。 2.能應用圓面積公式，計算簡單扇形面積。 3.能求算複合圖形的面積。		
教材來源		康軒版數學 6 上課本第 07 單元		
教學設備/資源		扉頁故事影片、附件 9~17、圓規、小白板、白板筆、繩子		

第 1 節

教學活動設計		
教學活動內容及實施方式	時間	備註
發展活動一 尼泊爾的國旗 1.教師播放扉頁故事影片 2.教師提問：觀察尼泊爾國旗紅色和白色部分的面積，合起來共是多少平方公分？ 【活動一】圓面積 - 能透過平方公分板點算，估計曲線邊圖形的面積。 - 能透過平方公分板點算，估計圓面積。	5 分鐘	- 評量方式： - 實作評量 - 發表評量 - 課堂問答 - 學習輔助教材： - 扉頁故事影片 - 附件 9~11 - 圓規
發展活動二 估算曲線邊圖形的面積 1.教師布題：我們已經學過一些平面圖形的面積計算，例如：正方形、長方形、平行四邊形、三角形和梯形。如果不是由直線邊圍成的不規則區域面積，要怎麼算呢？ T：下面是奇奇要給竹節蟲吃的芭樂葉，這片葉子的面積要怎麼估算？拿出附件9、10，用透明的平方公分板蓋在葉子上面，再數數看。 S：把平方公分板蓋在葉子上面，可以看到完整的格子跟不完整的格子。 T：說說看，這片芭樂葉完整的格子面積是多少平方公分？ S：完整的方格有22個，所以是22平方公分。 T：不完整的格子面積要怎麼計算？大約是多少平方公分？ S：可以將2個不完整的方格當作1格來估，不完整的方格有24個，$24 \div 2 = 12$，所以是12平方公分。 T：這片芭樂葉的面積大約是多少平方公分？ S：$12 + 22 = 34$，面積大約是34平方公分。	15 分鐘	小白板、白板筆
發展活動三 估算圓面積 1.教師布題：拿出附件 10、11，用圓規在平方公分板上畫一個半徑 5 公分的圓。 T：完整的方格有幾個？是幾平方公分？ S1：完整的方格有60個，所以是60平方公分。 T：不完整的方格有幾個？大約是幾平方公分？ S1：不完整的方格有28個，$24 \div 2 = 14$，所以是14平方公分。	20 分鐘	

T：這個圓的面積大約是多少平方公分？ S1：圓面積大約是$60+14=74$平方公分。 T：還有沒有不一樣的想法？說說看，是怎麼做的？ S2：我先算$\frac{1}{4}$圓的面積，再乘以4倍，這樣比較容易數。$\frac{1}{4}$圓中有15個完整的方格，是15平方公分，$\frac{1}{4}$圓中有7個不完整的方格，約是$7\div 2=3.5$平方公分，所以圓面積大約是$(15+3.5)\times 4=74$平方公分。		
參考資料：康軒 6 上教用課本和教學指引		

第 2 節

教學活動設計		
教學活動內容及實施方式	時間	備註
【活動一】圓面積 • 能透過圓形的切割與拼湊，理解圓面積公式。 發展活動一 圓周長和直徑的關係 1.教師布題：拿出附件 12，說說看，附件的黃色圓形圖卡的圓心和圓周在哪裡？ T：說說看，附件的黃色圓形圖卡的圓心和圓周在哪裡？ S：指出圓心和圓周的位置。 T：畫出它的直徑，再說說看，圓周長和直徑有什麼關係呢？ S1：圓周長＝直徑×圓周率。 S2：圓周長大約是直徑的3.14倍。 發展活動二 透過切割拼湊，理解圓的面積公式 1.教師布題：拿出附件 13，這個直徑 12 公分的圓形圖卡面積要怎麼算呢？ T：這個直徑12公分的圓形圖卡面積要怎麼算呢？ S：用平方公分板點數。 T：除了點數以外，有沒有別的算法？拿出附件13，將圖卡平分切割後，拼拼看，你發現了什麼？ S：將圓形切割成越多等分，拼出來的圖形就會越接近長方形。 T：還記得長方形的面積公式嗎？說說看長方形的面	10 分鐘 30 分鐘	• 評量方式： 實作評量 發表評量 課堂問答 紙筆評量 • 學習輔助教材： 附件 12、13 小白板、白板筆

積公式。 S：長方形面積公式＝長×寬 T：仔細觀察，拼出來的長方形，它的寬和圓形的什麼地方一樣長？ S：半徑 T：再仔細觀察看看，它的長和圓形的什麼地方一樣長？ S：圓周長的一半 T：想一想，長方形的面積公式是長×寬，圓形的面積公式可以怎麼寫？ S：長方形面積＝(長)×寬 圓形面積＝($\frac{1}{2}$×直徑×圓周率)×半徑 T：$\frac{1}{2}$×直徑又可以說是什麼？ S：半徑 T：所以我們可以將圓面積公式整理成：半徑×圓周率×半徑，又可以寫成：半徑×半徑×圓周率。 2.回家作業：習作p78		
參考資料：康軒 6 上教用課本和教學指引		

第 3 節

教學活動設計		
教學活動內容及實施方式	時間	備註
【活動一】圓面積 • 能利用圓面積公式，求算圓面積。 發展活動一 求算圓面積 1.教師布題：豆豆和爸爸到歡樂披薩屋用餐。 T：這個滾輪披薩刀的半徑是幾公分？ S：5公分 T：圓形面積公式要怎麼算？ S：半徑×半徑×圓周率 T：這個滾輪披薩刀的圓形刀片面積大約是多少平方公分？ S：$5 \times 5 \times 3.14 = 78.5$，圓形刀片面積大約是78.5平方公分。 2.教師布題：爸爸點了兩個披薩(如右圖)，直徑分別是	40 分鐘	• 評量方式： 實作評量 發表評量 課堂問答 紙筆評量 • 學習輔助教材： 小白板、白板筆

40 公分和 20 公分。 T：大披薩的半徑是幾公分？ S：$40 \div 2 = 20$，大披薩的半徑是20公分。 T：大披薩的面積大約是多少平方公分？ S：$20 \times 20 \times 3.14 = 1256$，大披薩的面積大約是1256平方公分。 T：小披薩的半徑是幾公分？ S：$20 \div 2 = 10$，小披薩的半徑是10公分。 T：小披薩的面積大約是多少平方公分？ S：$10 \times 10 \times 3.14 = 314$，小披薩的面積大約是314平方公分。 3.教師布題：接第 2 題，他們點的兩個披薩厚度相同、大小不同，下圖是帳單明細，點哪一個披薩比較划算？ T：兩個披薩大小不同、價錢不同，怎麼知道哪一個披薩比較划算？ S：如果花一樣的錢，可以買到比較多的披薩，就比較划算。 T：大披薩的面積約是多少平方公分？售價多少元？ S：大披薩的面積約是1256平方公分，售價400元。 T：小披薩的面積約是多少平方公分？售價多少元？ S：小披薩的面積約是314平方公分，售價200元。 T：想一想，你會怎麼比較哪一個披薩比較划算？說說你的做法。 S：$1256 \div 314 = 4$，$400 \div 200 = 2$，大披薩的面積是小披薩的4倍，但是價錢只有2倍，所以點大披薩比較划算。 4.回家作業：習作 p79		
參考資料：康軒 6 上教用課本和教學指引		

第 4 節

教學活動設計		
教學活動內容及實施方式	時間	備註
【活動一】圓面積 • 能利用圓面積公式，求算圓面積。 發展活動一 求算圓面積 1.教師布題：圓形溜冰場的半徑是 10 公尺，在它的外圍設計 1 公尺寬的水泥走道，水泥走道的面積大約是多	20 分鐘	• 評量方式： 實作評量 發表評量 課堂問答 紙筆評量

少平方公尺？ T：仔細觀察這個圖形，說說看，你看到了幾個圓形？ S：2個 T：我們現在要找出的水泥走道是哪一部分？ S：外面一圈灰色的部分。 T：要怎麼樣做才可以算出水泥走道(灰色部分)的面積？說說看你的想法。 S：先算外圍(灰色和藍色)的大圓面積，再算藍色的小圓面積，最後相減，就是水泥走道(灰色部分)的面積。 T：大圓的半徑是幾公尺？小圓的半徑是幾公尺？ S：大圓半徑是11公尺，小圓半徑是10公尺。 T：大圓的面積大約是多少平方公尺？小圓的面積大約是多少平方公尺？ S：大圓面積約是$11 \times 11 \times 3.14 = 379.94$(平方公尺)，小圓面積約是$10 \times 10 \times 3.14 = 314$(平方公尺)。 T：水泥走道(灰色部分)的面積大約是多少平方公尺？ S：水泥走道的面積大約是$379.94 - 314 = 65.94$平方公尺。 發展活動二 利用圓周長反求直徑和面積 1.教師布題：如右圖，一棵樹木被鋸斷後，樹幹的橫切面像什麼形狀？ T：觀察看看，樹幹的橫切面像什麼形狀？ S：圓形 T：樹圍是樹幹橫切面圖形的什麼？ S：圓周長 T：說說看，怎麼利用圓周長找出直徑？ S：圓周長$\div 3.14 =$直徑，$94.2 \div 3.14 = 30$，所以這個橫切面的直徑是30公分。 T：這棵樹橫切面的半徑是多少公分？ S：$30 \div 2 = 15$，半徑是15公分。 T：這棵樹橫切面的面積大約是多少平方公分？ S：$15 \times 15 \times 3.14 = 706.5$，這棵樹橫切面的面積大約是706.5平方公分。 2.回家作業：習作p80	20 分鐘	• 學習輔助教材： 小白板、白板筆
參考資料：康軒 6 上教用課本和教學指引		

教學活動設計		
教學活動內容及實施方式	時間	備註
【活動二】扇形面積 • 能利用圓面積公式，求算扇形的面積。 發展活動一 披薩 1.教師布題：將一個披薩平分成 8 片，其中 1 片的面積大約是多少平方公分？ T：仔細觀察題目，這個披薩的半徑是幾公分？ S：12 公分 T：把這個披薩的面積用數學算式列出來。 S：$12 \times 12 \times 3.14$ T：將這個披薩平分成 8 片，1 片披薩的面積大約是多少平方公分？ S1：$12 \times 12 \times 3.14 \times \frac{1}{8} = 56.52$，所以 1 片披薩的面積大約是 56.52 平方公分。 S2：$12 \times 12 \times 3.14 \div 8 = 56.52$，所以 1 片披薩的面積大約是 56.52 平方公分。 發展活動二 圓心角 72° 的扇形 1.教師布題：右圖是圓心角 72° 的扇形。 T：這是幾分之幾圓的扇形？ S：扇形的圓心角 72° 占整個圓的 $\frac{72^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{5}$，所以是 $\frac{1}{5}$ 圓的扇形。 T：這個扇形的面積大約是多少平方公分？ S1：$10 \times 10 \times 3.14 \times \frac{1}{5} = 62.8$，扇形的面積大約是 62.8 平方公分。 S2：$10 \times 10 \times 3.14 \times \frac{72^\circ}{360^\circ} = 62.8$，扇形的面積大約是 62.8 平方公分。 發展活動三 圓心角和面積的比例關係 1.教師布題：「扇形的圓心角 72°：整個圓的圓心角 360°」和「扇形面積：圓面積」，這兩個比會相等嗎？ T：「扇形的圓心角 72°：整個圓的圓心角 360°」和「扇形面積：圓面積」，這兩個比會相等嗎？	20 分鐘 15 分鐘 5 分鐘	• 評量方式： 實作評量 發表評量 課堂問答 紙筆評量 • 學習輔助教材： 小白板、白板筆

S：由圖可以看出72°是360°的$\frac{1}{5}$，扇形的面積也是圓面積的$\frac{1}{5}$，所以$72^\circ:360^\circ=\text{扇形的面積}:\text{圓面積}$，這兩個比會相等。 2.回家作業：習作p81		
參考資料：康軒 6 上教用課本和教學指引		

第 6 節

教學活動設計		
教學活動內容及實施方式	時間	備註
【活動二】扇形面積 • 求算複合圖形的面積。 發展活動一 求算複合圖形面積 1.教師布題：右圖藍色部分的面積大約是多少平方公分？ T：拿出附件14，觀察圖形，說說看，你看到了哪些平面圖形？ S：一個邊長20公分的正方形和一個半徑20公分的$\frac{1}{4}$圓。 T：藍色部分的面積大約是多少平方公分？你是怎麼知道的？ S：正方形：$20 \times 20 = 400(\text{cm}^2)$ $\frac{1}{4}$圓：$20 \times 20 \times 3.14 \times \frac{1}{4} = 314(\text{cm}^2)$ 藍色部分的面積大約是$400 - 314 = 86(\text{cm}^2)$ 2.教師布題：將一張半徑 10 公分的$\frac{1}{4}$圓色紙，剪掉一個底和高都是 10 公分的等腰直角三角形後，剩下的面積大約是多少平方公分？ T：拿出附件15，觀察圖形，說說看，你看到了哪些平面圖形？ S：一個半徑10公分的$\frac{1}{4}$圓和一個腰長10公分的等腰直角三角形。 T：鋪色部分的面積大約是多少平方公分？你是怎麼	40 分鐘	• 評量方式： 實作評量 發表評量 課堂問答 紙筆評量 • 學習輔助教材： 附件 14~17 小白板、白板筆

知道的？

$$S: \frac{1}{4} \text{ 圓}: 10 \times 10 \times 3.14 \times \frac{1}{4} = 78.5(\text{cm}^2)$$

$$\text{三角形}: 10 \times 10 \div 2 = 50(\text{cm}^2)$$

$$\text{鋪色部分的面積大約是 } 78.5 - 50 = 28.5(\text{cm}^2)$$

3.以做做看為練習題，在課堂書寫並立即討論。

4.教師布題：用 2 個 $\frac{1}{4}$ 圓的扇形合起來拼成正方形。

T：拿出附件16，重疊的黃色部分面積大約是多少平方公分？可以怎麼算？

S1：我先算出正方形面積 $10 \times 10 = 100$ ，和 $\frac{1}{4}$ 圓面積

$$10 \times 10 \times 3.14 \times \frac{1}{4} = 78.5，\text{兩個相減後會得到左}$$

下角綠色部分面積 $100 - 78.5 = 21.5$ 。因為左下角綠色部分面積和右上角綠色部分面積相等，所以將正方形面積減掉2個左下角綠色部分面積， $100 - 21.5 \times 2 = 57$ ，就可以得到中間的黃色部分面積大約是57平方公分。

S2：我先算 $\frac{1}{4}$ 圓面積 $10 \times 10 \times 3.14 \times \frac{1}{4} = 78.5$ ，和三

角形面積 $10 \times 10 \div 2 = 50$ ，兩個相減後會得到一半的黃色面積 $78.5 - 50 = 28.5$ ，一半的黃色面積的2倍就是重疊的黃色部分面積， $28.5 \times 2 = 57$ ，重疊的黃色部分面積大約是57平方公分。

5.教師布題：用 4 個 $\frac{1}{4}$ 圓的扇形合起來拼成正方形，重疊的紅色部分面積大約是多少平方公分？

T：拿出附件17，重疊的紅色部分面積大約是多少平方公分？可以怎麼算？

S：重疊的紅色部分可以看成是4片葉子，算出 $\frac{1}{2}$ 片葉

子面積的8倍就是重疊的紅色部分面積。先算 $\frac{1}{4}$ 圓

$$\text{面積 } 4 \div 2 = 2, 2 \times 2 \times 3.14 \div 4 = 3.14, \text{和三角形面}$$

$$\text{積 } 2 \times 2 \div 2 = 2, \text{兩個相減後會得到 } \frac{1}{2} \text{ 片葉子面積}$$

$3.14 - 2 = 1.14$，$\frac{1}{2}$片葉子面積的8倍就是重疊的紅色部分面積，$1.14 \times 8 = 9.12$，重疊的紅色部分面積大約是9.12平方公分。 6.教師布題-動動腦：想想看，下面各圖鋪色部分的面積都一樣大嗎？ T：觀察這三個圖形，說說看你看到哪些平面圖形？你發現了什麼？ S：第1個圖形是一個正方形和一個直徑10公尺的圓形。第2個圖形中，2個半圓合起來，會是一個直徑10公尺的圓形。第3個圖形中，4個$\frac{1}{4}$圓的扇形合起來，會是一個完整的圓。 T：想一想，這三個圖形的鋪色部分面積都一樣大嗎？ S：一樣大。 7.回家作業：習作 p82、83		
參考資料：康軒 6 上教用課本和教學指引		

第 7 節

教學活動設計		
教學活動內容及實施方式	時間	備註
【活動二】扇形面積 - 能利用圓面積公式，求算扇形的面積。 - 求算複合圖形的面積。 發展活動一 羊可以活動的範圍面積 1.教師布題：下圖 3 隻羊都用繩子綁在有圍欄的長方形草地中，綁完羊後的繩子都長 2 公尺。 T：畫畫看，這三隻羊分別可以活動的草地形狀是什麼樣子？ S：A羊的活動範圍是一個圓形，B羊的活動範圍是一個半圓，C羊的活動範圍是一個扇形。 T：哪一隻羊可以活動的範圍面積最大？說說看，為什麼？ S：A羊，因為2公尺的繩子當作半徑，A羊可以活動的範圍是一個完整的圓，但是B羊只有一個半圓，C羊只剩一個$\frac{1}{4}$圓扇形，所以A羊可以活動的範圍面	10 分鐘	- 評量方式： - 實作評量 - 發表評量 - 課堂問答 - 紙筆評量 - 學習輔助教材： - 繩子 - 小白板、白板筆

積最大。

T：仔細觀察，這三隻羊分別可以活動的圓心角是幾度？也可以說是幾分之幾圓？

S：A羊是360度，是一個完整的圓，B羊是180度，也就是 $\frac{1}{2}$ 圓，C羊是90°度，也就是 $\frac{1}{4}$ 圓。

T：算算看，這三隻羊可以活動的範圍面積大約各是多少平方公尺？

S：A羊：約 $2 \times 2 \times 3.14 = 12.56$ (平方公尺)

B羊：約 $2 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{2} = 6.28$ (平方公尺)

C羊：約 $2 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4} = 3.14$ (平方公尺)

發展活動二 牛最多可以吃到草的面積

10 分鐘

1.教師布題：牛舍的角落拴著一頭牛(如下圖)。

T：畫畫看，牛可以吃到草的面積是什麼圖形？

S：扇形

T：是一個幾分之幾圓的扇形？

S： $\frac{3}{4}$ 圓的扇形，因為牛舍的牆壁形成一個直角。

T：觀察看看，這個扇形的半徑是幾公尺？

S：綁完後的繩子長度就是半徑，也就是8公尺。

T：牛最多可以吃到草的面積大約是多少平方公尺？
說說看你是怎麼知道的？將你的想法用數學算式記下來。

S：約 $8 \times 8 \times 3.14 \times \frac{3}{4} = 150.72$ (平方公尺)

T：如果綁完牛後的繩子長10公尺，牛可以吃到草的面積是由什麼圖形組成？

S：一個半徑10公尺的 $\frac{3}{4}$ 圓和一個半徑2公尺的 $\frac{1}{4}$ 圓。

T：牛最多可以吃到草的面積大約是多少平方公尺？
將你的想法用數學算式記下來。

S： $10 \times 10 \times 3.14 \times \frac{3}{4} = 235.5$

$10 - 8 = 2$

$2 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4} = 3.14$

約 $235.5 + 3.14 = 238.64$ (平方公尺)

【練習百分百】 • 知道半徑、直徑和圓面積的關係。 • 利用直徑，求算圓面積。 • 利用半徑，求算圓面積。 • 用圓周率3.14，計算出圓形、扇形和複合圖形的面積。 • 比較圓形和正方形的面積大小。 • 利用圓周長，求算圓面積。 • 解決生活情境中，扇形面積的應用問題。 • 理解圓心角與扇形面積的關係，並做扇形面積的計算。 發展活動三 練習百分百 1.下面敘述中，正確的畫○，錯誤的打× 2.下圖鋪色部分的面積大約各是多少平方公分？ 3.把做法和答案記下來。 4.綜合題—右圖是一個半徑18公分的時鐘，分針長12公分，時針長8公分。從上午10時到上午10時25分，時鐘上的分針轉動所形成的扇形面積大約是多少平方公分？	20 分鐘	
參考資料：康軒 6 上教用課本和教學指引		