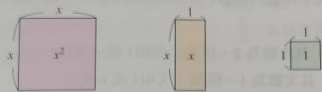


1-2 多項式的加減

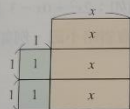
① 多項式

對應學習內容 A-8-2

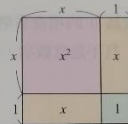


如上圖，大正方形的邊長為 x ，面積為 x^2 ；長方形的長為 x ，寬為 1 ，面積為 x ；小正方形的邊長為 1 ，面積為 1 ，利用這 3 種圖形所組成的圖形，其面積可用 x^2 、 x 、 1 的式子表示。

例如：



圖一



圖二

圖一的圖形面積 $= 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x = 3x^2 + 2x$ 。

圖二的圖形面積 $= x^2 + 2 \cdot x + 1 = x^2 + 2x + 1$ 。

像 x^2 、 $3x+2$ 、 x^2+2x+1 這類由數和文字符號 x 進行乘法和加法運算所構成的式子，稱為 x 的**多項式**；而像 y^2+3y 、 $4y+6$ 則稱為 y 的多項式。

如果一多項式只有一種文字符號，稱為一元多項式，在本教材中若未特別說明時，多項式指的是一元多項式。

因為 $x-5$ 可看成 $x+(-5)$ ，所以 $x-5$ 也是 x 的多項式。同理， $-2x-3$ 、 $\frac{1}{3}x^2-4$ 、 $-2x^2-3x+5$ 也都是 x 的多項式，但 $\frac{1}{x+2}$ 、 $|3x+1|$ 等都不是 x 的多項式。

考 會考觀測站 加強演練題 搭配課文

1. 下列各式中，哪些是 x 的多項式？(A)(B)(C)

- (A) $\frac{3}{2}x$ (B) $-\frac{3}{2}x^2-4$ (C) $9-5x+3x^2$ (D) $\frac{1}{3x-1}$

2. 下列各式中，哪些是 y 的多項式？(A)(B)

- (A) $\frac{5}{3}y$ (B) $2y-7$ (C) $\frac{12}{y}$ (D) $|5y|$

● 基基試題
● 92 基測 1 第 8 題

Q 教學層批

- 像「 $3x+2y+5$ 是否為 x 的多項式」這類題目不宜出現在考題中。
- 學生容易混淆方程式與多項式，教學時可強調多項式沒有等號。
- 此處所提非多項式的例子，僅就學生學習過的部分列舉，所以並未把「 $\sqrt{x}$ 或 2^x 」等其他情形列出。

► 項、係數與次數

教學層批

我們說一個多項式是「幾次幾項式」時，缺項不會在內。

在多項式 $6x^2+4x+7$ 中，用加號隔開的每一部分稱為多項式的**項**，所以 $6x^2$ 、 $4x$ 、 7 都是 $6x^2+4x+7$ 的項，其中的 7 不含文字符號 x ，則稱 7 這一項為**常數項**。如果一個項是由一個數字與文字符號的正整數次方相乘所形成，就稱這個數為此項的**係數**；文字符號的指數（次方）稱為此項的**次數**，以下是多項式 $6x^2+4x+7$ 的各項說明：

■ 提問
式 $4x^2-1$ 的係數和常數分別為何？
係數為 0 ，
為 -1 。

- (1) $6x^2$ 的係數為 6 ，其次數為 2 ，稱為二次項（或 x^2 項）。
- (2) $4x$ 的係數為 4 ，其次數為 1 ，稱為一次項（或 x 項）。
- (3) 7 為常數項。

前面學過，我們可將 $5x^2-2x-4$ 看成 $5x^2+(-2x)+(-4)$ ，其中 $5x^2$ 、 $-2x$ 、 -4 都是此多項式的項，因此，二次項係數為 5 ，一次項係數為 -2 ，常數項為 -4 。

習慣上，係數為 0 的項會省略不記，例如： $2x^2+0x-3$ 簡寫成 $2x^2-3$ ；如果一個項的係數為 1 且不是常數項，其係數也會省略不記，例如： $4x^2+1x+1$ 簡寫成 $4x^2+x+1$ 。

隨堂練習

回答下列問題：

(1) x^2-7x+9

x^2 項的係數為 1。

x 項的係數為 -7。

常數項為 9。

(2) $6y^3+9y^2-3y-15$

y^3 項的係數為 6。

y^2 項的係數為 9。

y 項的係數為 -3。

常數項為 -15。

搭配習作 P8 基礎題 1 自評 P31 第 1 題

▶ 多項式的次數

一個多項式經化簡後，係數不為 0 且次數最高的項稱為**最高次項**，其次數即為這個多項式的次數。例如：多項式 $3x^2+2x+4x^3+1$ 的最高次項是 $4x^3$ ，所以這個多項式的次數是 3，我們稱此多項式為 x 的三次多項式。

在一個多項式中，如果只有一項，稱為**單項式**，例如： $3x^2$ 、 $-x$ 、7 等。
若單項式是常數項，稱為**常數多項式**，例如： -2 、 5 、 $\frac{2}{3}$ 、0 皆為常數多項式。
若常數多項式不為 0，規定它的次數為 0，稱為**零次多項式**。

隨堂練習 搭配習作 P8 基礎題 1，自評 P31 第 1 題

下列選項 (A)~(F) 是 x 的多項式，回答下列問題：

(A) $-x^2+6$ (B) $3x+2$ (C) 1 (D) $5x^2$ (E) -13 (F) $5x-9$

(1) 哪些是二次多項式？ (A)(D)

(2) 哪些是一次多項式？ (B)(F)

(3) 哪些是常數多項式？ (C)(E)

在 x 的多項式中，習慣上會將各項依照 x 的次數高低來排列。

① 將一個多項式的各項依照 x 的次數由高到低排列稱為**降幕排列**。

例如： $x^3-5+3x-4x^2$ 的降幕排列為 x^3-4x^2+3x-5 。

② 將一個多項式的各項依照 x 的次數由低到高排列稱為**升幕排列**。

例如： $x^3-5+3x-4x^2$ 的升幕排列為 $-5+3x-4x^2+x^3$ 。

隨堂練習 自評 P31 第 2 題

將多項式 $4x^3+9-3x^2+x$ 依降幕與升幕分別排列。

降幕： $4x^3-3x^2+x+9$

升幕： $9+x-3x^2+4x^3$

教學層批

在進行多學時，本編排是認識多項式與項數下進展

常

在國

項

在

運

零

造

因

教學層批

第一冊，學生過「在做式子減運算時，同類項才能」，此處的課進一步說明「同類項」的意義。

提問 xy 是同類

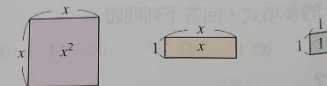
② 多項式的加減法

在七年級的一元一次式曾介紹過同類項，在學習多項式的加減法之前，我們來了解多項式中的同類項。

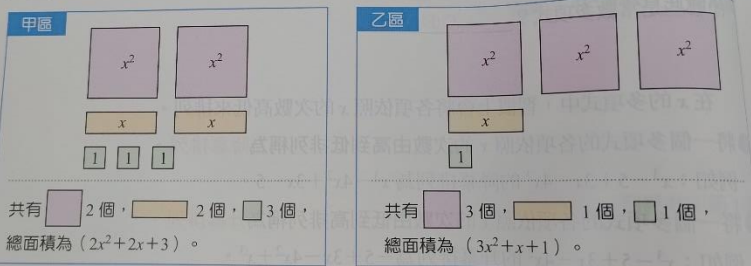
▶ 同類項

在多項式中，文字符號與次數均相同的項稱為**同類項**。
例如：在多項式 $3x^2-2x+5+x^2+4x-6$ 中， $3x^2$ 和 x^2 的次數都是 2，所以 $3x^2$ 和 x^2 是同類項；同理， $-2x$ 和 $4x$ 是同類項，5 和 -6 也是同類項。

在多項式的加法運算中，同類項可以合併。例如，以下有三種藝術地磚：



傑克利用這三種地磚布置甲、乙兩區的牆壁，使用的數量如下圖：



甲、乙兩區所使用的地磚如下：

	甲區	乙區	總個數	面積
x^2	2	3	5	$2x^2+3x^2=5x^2$
x	2	1	3	$2x+x=3x$
1	3	1	4	$3+1=4$

故甲、乙兩區的總面積為 $5x^2+3x+4$ 。

對應學習內容 A

▶ 多項式的

多項式的

(1) 橫式運算時

(2) 直式運算時

係數相加

例 1 多

計算 $(x^2$

解 用橫式

$(x^2+6$

$=x^2+$

$= (x$

$=4x$

解 用直

+

$($

▶ 多項式的加法

多項式的加法運算：

- (1) 橫式運算時若有括號，應先去括號，再合併同類項。
- (2) 直式運算時，先將式子依降幕或升幕排列，同類項對齊，缺項補 0，再將同類項的係數相加。

例 1 多項式的加法

搭配習作 P9 基礎題 3(1) 自評 P31 第 3 題 (1)

計算 $(x^2+6x+5) + (3x^2+2x+4)$ 。

解 用橫式運算

$$\begin{aligned}
 & (x^2+6x+5) + (3x^2+2x+4) \\
 &= x^2+6x+5+3x^2+2x+4 \\
 &= (x^2+3x^2) + (6x+2x) + (5+4) \\
 &= 4x^2+8x+9
 \end{aligned}$$

解 用直式運算

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 6x + 5 \\
 + \quad 3x^2 + 2x + 4 \\
 \hline
 4x^2 + 8x + 9
 \end{array}$$

$$(x^2+6x+5) + (3x^2+2x+4) = 4x^2+8x+9$$

隨堂練習

搭配習作 P9 基礎題 4(1) 自評 P32 第 5 題 (1)

$$\begin{aligned}
 & \text{計算 } (5x^2+3x+6) + (-2x^2+4x+9) \\
 &= (5x^2+3x+6) + (-2x^2+4x+9) \\
 &= 5x^2+3x+6-2x^2+4x+9 \\
 &= (5x^2-2x^2) + (3x+4x) + (6+9) \\
 &= 3x^2+7x+15
 \end{aligned}$$

教學點批

- 在第一冊一次方程式中，學生已去括號運算，行例題 1 前，教師可複習。
- 進行橫式運算時，首括號，項括在行合併。

125

- A-8-3 多項式及使法。

如果多項式缺少某一項，代表此項係數為 0，在進行直式運算時，缺項通常補 0，方便同類項對齊。

搭配習作 P9 基礎題 4(1)

例 2 缺項的多項式加法

計算 $(3x^2-2x^3+5) + (7x^3-3x+6)$ 。

解 用橫式運算

$$\begin{aligned}
 & (3x^2-2x^3+5) + (7x^3-3x+6) \\
 &= 3x^2-2x^3+5+7x^3-3x+6 \\
 &= (-2x^3+7x^3) + 3x^2-3x + (5+6) \\
 &= 5x^3+3x^2-3x+11
 \end{aligned}$$

解 用直式運算

$$\begin{array}{r}
 -2x^3 + 3x^2 + 0x + 5 \\
 + \quad 7x^3 + 0x^2 - 3x + 6 \\
 \hline
 5x^3 + 3x^2 - 3x + 11
 \end{array}$$

$$(-2x^3+3x^2+5) + (7x^3-3x+6) = 5x^3+3x^2-3x+11$$

隨堂練習

計算下列各式：

$$(1) (5x^2+6x-5) + (3-4x^2)$$

$$\begin{aligned}
 &= 5x^2+6x-5+3-4x^2 \\
 &= (5x^2-4x^2) + 6x + (-5+3) \\
 &= x^2+6x-2
 \end{aligned}$$

$$(2) (2x^2-5x^3+6) + (6+4x+2x^3)$$

$$\begin{aligned}
 &= 2x^2-5x^3+6+6+4x+2x^3 \\
 &= (-5x^3+2x^3) + 2x^2+4x + (6+6) \\
 &= -3x^3+2x^2+4x+12
 \end{aligned}$$

通常依降幕排列，缺項補 0。



▶ 多項

多項

(1) 橫式運

(2) 直式運

係數

例 3

計算

解 用

(x

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=

=