

2-4 指數律

▶ 分數的指數記法

對應學習內容 N-7-6

在第 1 章曾介紹過整數的指數記法，

例如： $(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = (-5)^4$ ，

分數的指數記法也一樣，例如： $(-\frac{3}{2}) \times (-\frac{3}{2}) \times (-\frac{3}{2}) = (-\frac{3}{2})^3$ 。

反過來說， $(-\frac{3}{2})^3$ 代表 $(-\frac{3}{2})$ 連乘了 3 次，

即 $(-\frac{3}{2})^3 = (-\frac{3}{2}) \times (-\frac{3}{2}) \times (-\frac{3}{2}) = -(\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}) = -\frac{27}{8}$ 。



使用計算機計算分數的指數時，其結果會以小數呈現，以 $(-\frac{3}{2})^3$ 為例：

輸入 3 \div 2 $\frac{1}{x}$ = \times 3 = ，螢幕顯示



▶ 隨堂練習

搭配習作 P40 基礎題 1(1)、(2)

計算下列各式的值：

$$\begin{aligned} (1) & (-\frac{1}{2})^4 \\ & = (-\frac{1}{2}) \times (-\frac{1}{2}) \times (-\frac{1}{2}) \times (-\frac{1}{2}) \\ & = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \\ & = \frac{1}{16} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & (-\frac{5}{4})^3 \\ & = (-\frac{5}{4}) \times (-\frac{5}{4}) \times (-\frac{5}{4}) \\ & = -(\frac{5}{4} \times \frac{5}{4} \times \frac{5}{4}) \\ & = -\frac{125}{64} \end{aligned}$$

如同整數的乘法，多個都不為零的分數連乘時，若其中含有奇數個負數，其乘積為負數；若其中含有偶數個負數，其乘積為正數，所以可以得到下面的結論。

負數的指數性質

1. 負數的偶數次方為正數。

2. 負數的奇數次方為負數。

含指數的分數，也可以下列的方法來計算： $(\frac{2}{3})^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2^3}{3^3}$ 。

分數的次方

如果 m 是任意正整數， a 、 b 為整數，且 $a \neq 0$ ，則 $(\frac{b}{a})^m = \frac{b^m}{a^m}$ 。

隨堂練習

自評 P146 第 1 題

下列哪些數的值與 $(-\frac{2}{5})^4$ 相等？在 \square 中打「 \checkmark 」。

$-(\frac{2}{5})^4$

$\frac{(-2)^4}{5^4}$

$-\frac{2^4}{5^4}$

$\frac{2^4}{5^4}$

在算式中，如果含有指數，則應先做完指數的運算。

例 1 含指數的運算

搭配習作 P40 基礎題 1(3)、(4) 自評 P146 第 2 題

計算下列各式的值：

(1) $(\frac{2}{3})^2 \times 9$

(2) $4^2 \div (-\frac{2}{3})^3$

解 (1) $(\frac{2}{3})^2 \times 9$

$= \frac{4}{9} \times 9$

$= 4$

(2) $4^2 \div (-\frac{2}{3})^3$

$= 16 \div (-\frac{8}{27})$

$= 16 \times (-\frac{27}{8})$

$= -54$

隨堂練習

計算下列各式的值：

(1) $(-\frac{2}{5})^2 \times \frac{5}{8}$

$= \frac{4}{25} \times \frac{5}{8}$

$= \frac{1}{10}$

(2) $(-\frac{1}{2})^3 \div (-\frac{3}{4})^2$

$= (-\frac{1}{8}) \div \frac{9}{16}$

$= (-\frac{1}{8}) \times \frac{16}{9}$

$= -\frac{2}{9}$

▶ 指數律

對應學習內容 N-7-7

① $a^m \times a^n = a^{m+n}$

$2^2 \times 2^3$ 等於 2 的幾次方呢？

$$2^2 \times 2^3 = (\underbrace{2 \times 2}_{2 \text{ 個}}) \times (\underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3 \text{ 個}}) = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{(2+3) \text{ 個}} = 2^{2+3} = 2^5,$$

同理，若 $a \neq 0$ ， m 、 n 為正整數，則

$$a^m \times a^n = (\underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{m \text{ 個}}) \times (\underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ 個}}) = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{(m+n) \text{ 個}} = a^{m+n}。$$

由上可知：若 $a \neq 0$ ， m 、 n 為正整數，則 $a^m \times a^n = a^{m+n}$ 。

例 2 $a^m \times a^n = a^{m+n}$

搭配習作 40 基礎題 2(1) 自評 P146 第 3 題 (1)

在下列 \square 中填入適當的數：

(1) $4^3 \times 4^6 = 4^{\square}$

(2) $(-3)^4 \times (-3) = (-3)^{\square}$

解 (1) $4^3 \times 4^6$

$$= 4^{3+6}$$

$$= 4^9$$

所以 $\square = 9$ 。

(2) $(-3)^4 \times (-3)$

$$= (-3)^4 \times (-3)^1$$

$$= (-3)^{4+1}$$

$$= (-3)^5$$

所以 $\square = 5$ 。

▶ 隨堂練習

在下列空格中填入適當的數：

(1) $5^2 \times 5^7 = 5^{\square}$ ，

則 $\square = \underline{\quad 9 \quad}$ 。

(2) $(-7) \times (-7)^3 = (-7)^{\square}$ ，

則 $\square = \underline{\quad 4 \quad}$ 。

② $a^m \div a^n = a^{m-n}$

$3^5 \div 3^2$ 等於 3 的幾次方呢？

$$3^5 \div 3^2 = \frac{3^5}{3^2} = \frac{\overbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}^{5 \text{ 個}}}{\underbrace{3 \times 3}_{2 \text{ 個}}} = \frac{\overbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}^{\text{剩下 } (5-2) \text{ 個}}}{\cancel{3 \times 3}} = 3^{5-2} = 3^3,$$

同理，若 $a \neq 0$ ， m 、 n 為正整數 ($m > n$)，則

$$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = \frac{\overbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}^{m \text{ 個}}}{\underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ 個}}} = \frac{\overbrace{a \times a \times \cdots \times a \times a \times \cdots \times a}^{\text{剩下 } (m-n) \text{ 個}}}{\cancel{a \times a \times \cdots \times a}} = a^{m-n}。$$

由上可知：若 $a \neq 0$ ， m 、 n 為正整數 ($m > n$)，則 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 。

例 3 $a^m \div a^n = a^{m-n}$

搭配習作 P40 基礎題 2(2) 自評 P146 第 3 題 (2)

在下列 \square 中填入適當的數：

(1) $11^6 \div 11^2 = 11^\square$

(2) $(-6)^5 \div (-6)^2 = (-6)^\square$

解 (1) $11^6 \div 11^2$

$$= 11^{6-2}$$

$$= 11^4$$

所以 $\square = 4$ 。

(2) $(-6)^5 \div (-6)^2$

$$= (-6)^{5-2}$$

$$= (-6)^3$$

所以 $\square = 3$ 。

▶ 隨堂練習

在下列空格中填入適當的數：

(1) $2^8 \div 2^3 = 2^\square$

則 $\square =$ 5。

(2) $(-5)^7 \div (-5)^4 = (-5)^\square$ ，

則 $\square =$ 3。

如果底數是分數，指數律也是成立的。

例 4 底數為分數的指數律 搭配習作 P40 基礎題 2(1)、(2) 自評 P146 第 3 題 (1)

在下列 \square 中填入適當的數：

$$(1) \left(-\frac{3}{7}\right)^2 \times \left(-\frac{3}{7}\right)^3 = \left(-\frac{3}{7}\right)^\square$$

$$(2) \left(-\frac{2}{3}\right)^6 \div \left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \left(-\frac{2}{3}\right)^\square$$

解 (1) $\left(-\frac{3}{7}\right)^2 \times \left(-\frac{3}{7}\right)^3$
 $= \left(-\frac{3}{7}\right)^{2+3}$
 $= \left(-\frac{3}{7}\right)^5$

所以 $\square = 5$ 。

$$(2) \left(-\frac{2}{3}\right)^6 \div \left(-\frac{2}{3}\right)^4$$

$$= \left(-\frac{2}{3}\right)^{6-4}$$

$$= \left(-\frac{2}{3}\right)^2$$

所以 $\square = 2$ 。

隨堂練習

在下列空格中填入適當的數：

$$(1) \left(-\frac{5}{3}\right)^3 \times \left(-\frac{5}{3}\right)^6 = \left(-\frac{5}{3}\right)^\square,$$

則 $\square = \underline{9}$ 。

$$(2) \left(-\frac{3}{5}\right)^8 \div \left(-\frac{3}{5}\right)^7 = \left(-\frac{3}{5}\right)^\square,$$

則 $\square = \underline{1}$ 。

如果 $a \neq 0$ ， m 、 n 為任意兩個正整數 ($m > n$)， $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 一定成立。
 那麼當 $m = n$ 時，要如何推廣指數符號，才能使 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 仍然成立呢？

$$\text{因為 } 2^3 \div 2^3 = \frac{2^3}{2^3} = \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 1,$$

如果用 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 來計算，

$$\text{可得 } 2^3 \div 2^3 = 2^{3-3} = 2^0 = 1。 \leftarrow \text{出現「指數為 0」的情形。}$$

為了延續指數為正整數時， $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 的運算規則，
 我們規定若 $a \neq 0$ ，則 $a^0 = 1$ 。例如： $10^0 = 1$ ， $(-7)^0 = 1$ 。

3 $(a^m)^n = a^{m \times n}$

$(2^2)^3$ 等於 2 的幾次方呢？

$$(2^2)^3 = \underbrace{2^2 \times 2^2 \times 2^2}_{3 \text{ 個 } 2^2 \text{ 相乘}} = 2^{2+2+2} = 2^{2 \times 3} = 2^6,$$

同理，若 $a \neq 0$ ， m 、 n 為正整數或 0，則

$$(a^m)^n = \underbrace{a^m \times a^m \times \dots \times a^m}_{n \text{ 個 } a^m \text{ 相乘}} = a^{m \times n}.$$

由上可知：若 $a \neq 0$ ， m 、 n 為正整數或 0，則 $(a^m)^n = a^{m \times n}$ 。

例 5 $(a^m)^n = a^{m \times n}$

搭配習作 P41 基礎題 2(3) 自評 P147 第 3 題 (3)

在下列 \square 中填入適當的數：

(1) $(2^3)^4 = 2^{\square}$

(2) $[(\frac{3}{7})^2]^3 = (\frac{3}{7})^{\square}$

解 (1) $(2^3)^4$

$$= 2^{3 \times 4}$$

$$= 2^{12}$$

所以 $\square = 12$ 。

(2) $[(\frac{3}{7})^2]^3$

$$= (\frac{3}{7})^{2 \times 3}$$

$$= (\frac{3}{7})^6$$

所以 $\square = 6$ 。

隨堂練習

在下列空格中填入適當的數：

(1) $(11^2)^5 = 11^{\square}$ ，

則 $\square =$ 10。

(2) $[(\frac{9}{5})^3]^8 = (\frac{9}{5})^{\square}$ ，

則 $\square =$ 24。

4 $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

$(2 \times 5)^3$ 等於 2 的幾次方乘上 5 的幾次方呢？

$$(2 \times 5)^3 = \underbrace{(2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5)}_{3 \text{ 個 } (2 \times 5) \text{ 相乘}} = \underbrace{(2 \times 2 \times 2)}_{3 \text{ 個 } 2 \text{ 相乘}} \times \underbrace{(5 \times 5 \times 5)}_{3 \text{ 個 } 5 \text{ 相乘}} = 2^3 \times 5^3,$$

同理，若 $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$ ， m 為正整數或 0，則

$$\begin{aligned} (a \times b)^m &= \underbrace{(a \times b) \times (a \times b) \times \cdots \times (a \times b)}_{m \text{ 個 } (a \times b) \text{ 相乘}} \\ &= \underbrace{(a \times a \times \cdots \times a)}_{m \text{ 個 } a \text{ 相乘}} \times \underbrace{(b \times b \times \cdots \times b)}_{m \text{ 個 } b \text{ 相乘}} = a^m \times b^m. \end{aligned}$$

由上可知：若 $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$ ， m 為正整數或 0，則 $(a \times b)^m = a^m \times b^m$ 。

例 6 $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

搭配習作 41 基礎題 2(4) 自評 P147 第 3 題 (4)

在下列 \triangle 及 \square 中填入適當的數：

(1) $(2 \times 3)^4 = 2^\triangle \times 3^\square$

(2) $\left[\left(-\frac{3}{2}\right) \times \frac{1}{5} \right]^3 = \left(-\frac{3}{2}\right)^\triangle \times \left(\frac{1}{5}\right)^\square$

解 (1) $(2 \times 3)^4 = 2^4 \times 3^4$

所以 $\triangle = 4$ ， $\square = 4$ 。

(2) $\left[\left(-\frac{3}{2}\right) \times \frac{1}{5} \right]^3 = \left(-\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3$

所以 $\triangle = 3$ ， $\square = 3$ 。

隨堂練習

在下列空格中填入適當的數：

(1) $(5 \times 4)^3 = 5^\triangle \times 4^\square$ ，

則 $\triangle = \underline{3}$ ， $\square = \underline{3}$ 。

(2) $\left[\frac{7}{6} \times \left(-\frac{1}{4}\right) \right]^5 = \left(\frac{7}{6}\right)^\triangle \times \left(-\frac{1}{4}\right)^\square$ ，

則 $\triangle = \underline{5}$ ， $\square = \underline{5}$ 。

指數律

如果 $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$ ， m, n 為正整數或 0，則：

(1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(2) $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ($m > n$ 或 $m = n$)

(3) $(a^m)^n = a^{m \times n}$

(4) $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

已知 $(a \times b)^m = a^m \times b^m$ ，反過來時， $a^m \times b^m$ 是否也等於 $(a \times b)^m$ 呢？

例如： $2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$ ， $(2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$ ，兩者相等，因此 $a^m \times b^m = (a \times b)^m$ 。

隨堂練習

搭配習作 P41 基礎題 3(1)、(2) 自評 P147 第 4 題

計算下列各式的值：

$$\begin{aligned} (1) 5^5 \times 2^5 &= (5 \times 2)^5 \\ &= 10^5 \\ &= 100000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \left(\frac{4}{3}\right)^3 \times \left(\frac{3}{2}\right)^3 &= \left(\frac{4}{3} \times \frac{3}{2}\right)^3 \\ &= 2^3 \\ &= 8 \end{aligned}$$

例 7 指數律的運算

搭配習作 P41 基礎題 3(3)、(4) 自評 P147 第 5 題

計算下列各式的值：

$$(1) 3^8 \div 3^5 \times 2^3$$

$$(2) \left(-\frac{2}{7}\right)^2 \times 7^2 \times (-2)^3$$

解

$$\begin{aligned} (1) 3^8 \div 3^5 \times 2^3 &= 3^{8-5} \times 2^3 \\ &= 3^3 \times 2^3 \\ &= (3 \times 2)^3 \\ &= 6^3 = 216 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \left(-\frac{2}{7}\right)^2 \times 7^2 \times (-2)^3 &= \left(-\frac{2}{7} \times 7\right)^2 \times (-2)^3 \\ &= (-2)^2 \times (-2)^3 \\ &= (-2)^{2+3} \\ &= (-2)^5 = -32 \end{aligned}$$

隨堂練習

計算下列各式的值：

$$\begin{aligned} (1) (-2)^3 \times (-2)^2 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^5 &= (-2)^{3+2} \times \left(-\frac{3}{2}\right)^5 \\ &= (-2)^5 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^5 \\ &= \left[(-2) \times \left(-\frac{3}{2}\right)\right]^5 \\ &= 3^5 \\ &= 243 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) 5^4 \times 2^4 \div 10^3 &= (5 \times 2)^4 \div 10^3 \\ &= 10^4 \div 10^3 \\ &= 10^{4-3} \\ &= 10 \end{aligned}$$



重點回顧

2-4

1 分數的次方

如果 m 是任意正整數， a 、 b 為整數，且 $a \neq 0$ ，則 $(\frac{b}{a})^m = \frac{b^m}{a^m}$ 。

$$\text{例 } (\frac{2}{3})^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

2 指數的運算

在算式中，如果含有指數，則應先做完指數的運算。

$$\text{例 } (-\frac{1}{3})^2 \div \frac{5}{3} = \frac{1}{9} \div \frac{5}{3} = \frac{1}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{15}$$

3 指數律

如果 $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$ ， m 、 n 為正整數或 0，則：

$$(1) a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\begin{aligned} \text{例 } & (-5)^2 \times (-5)^4 \\ &= (-5)^{2+4} \\ &= (-5)^6 \end{aligned}$$

$$(3) (a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$\begin{aligned} \text{例 } & [(-5)^2]^4 \\ &= (-5)^{2 \times 4} \\ &= (-5)^8 \end{aligned}$$

$$(2) a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (m > n \text{ 或 } m = n)$$

$$\begin{aligned} \text{例 } & (-5)^6 \div (-5)^2 \\ &= (-5)^{6-2} \\ &= (-5)^4 \end{aligned}$$

$$(4) (a \times b)^m = a^m \times b^m$$

$$\begin{aligned} \text{例 } & [5 \times (-2)]^2 \\ &= 5^2 \times (-2)^2 \end{aligned}$$

4 指數為 0

如果 $a \neq 0$ ，則 $a^0 = 1$ 。

$$\text{例 } (-3)^0 = 1$$



自我評量

2-4

可搭配 P228 迷思逃脫

1 下列哪些數的值與 $(-\frac{2}{3})^4$ 相等？在 \square 中打「 \checkmark 」。

課 P138 隨堂

$\frac{2^4}{3^4}$

$\frac{2^4}{3}$

$(\frac{2}{3})^4$

$-(\frac{2}{3})^4$

$\frac{(-2)^4}{3^4}$

$-\frac{2^4}{3^4}$

2 計算下列各式的值：

課 P138 例 1

$$\begin{aligned} (1) & (-\frac{1}{3})^2 \times \frac{27}{2} \\ &= \frac{1}{9} \times \frac{27}{2} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & (-\frac{4}{3})^3 \div (\frac{2}{9})^2 \\ &= (-\frac{64}{27}) \div \frac{4}{81} \\ &= (-\frac{64}{27}) \times \frac{81}{4} \\ &= -48 \end{aligned}$$

3 寫出 \square 及 \triangle 中適當的數：

課 P139~143 例 2~6

$$\begin{aligned} (1) & (\frac{2}{13})^3 \times (\frac{2}{13})^5 = (\frac{2}{13})^\square \\ & (\frac{2}{13})^3 \times (\frac{2}{13})^5 \\ &= (\frac{2}{13})^{3+5} \\ &= (\frac{2}{13})^8 \\ & \text{所以 } \square = 8。 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & 3^5 \div 3^2 = 3^\square \\ & 3^5 \div 3^2 \\ &= 3^{5-2} \\ &= 3^3 \\ & \text{所以 } \square = 3。 \end{aligned}$$

$$(3) \left[\left(-\frac{3}{7} \right)^2 \right]^4 = \left(-\frac{3}{7} \right)^\square$$

$$\left[\left(-\frac{3}{7} \right)^2 \right]^4$$

$$= \left(-\frac{3}{7} \right)^{2 \times 4}$$

$$= \left(-\frac{3}{7} \right)^8$$

所以 $\square = 8$ 。

$$(4) (3 \times 5)^4 = 3^\triangle \times 5^\square$$

$$(3 \times 5)^4$$

$$= 3^4 \times 5^4$$

所以 $\triangle = 4$ ， $\square = 4$ 。

4 計算下列各式的值：

$$(1) 5^2 \times 8^2$$

$$= (5 \times 8)^2$$

$$= 40^2$$

$$= 1600$$

$$(2) \left(\frac{9}{5} \right)^3 \times \left(-\frac{5}{3} \right)^3$$

$$= \left[\frac{9}{5} \times \left(-\frac{5}{3} \right) \right]^3$$

$$= (-3)^3$$

$$= -27$$

課 P144 隨堂

5 利用指數律計算下列各式的值：

$$(1) 3^2 \times 3^2 \times \left(-\frac{2}{3} \right)^4$$

$$= 3^{2+2} \times \left(-\frac{2}{3} \right)^4$$

$$= 3^4 \times \left(-\frac{2}{3} \right)^4$$

$$= \left[3 \times \left(-\frac{2}{3} \right) \right]^4$$

$$= (-2)^4$$

$$= 16$$

$$(2) 5^3 \times 4^3 \div 20^2$$

$$= (5 \times 4)^3 \div 20^2$$

$$= 20^3 \div 20^2$$

$$= 20^{3-2}$$

$$= 20$$

課 P144 例 7



自我挑戰

本單元由學生自行挑戰，教師可視班級情況決定如何運用。

艾美約妙麗到樂園遊玩，她先上網搜尋了以下展演資訊：

主題秀	水舞秀	夢幻秀
每整點表演 1 次 每次 18 分鐘	每 40 分鐘表演 1 次 每次 10 分鐘	每 15 分鐘表演 1 次 每次 3 分鐘
演出時間	演出時間	演出時間
11 : 00 ~ 11 : 18 12 : 00 ~ 12 : 18 ⋮ 21 : 00 ~ 21 : 18	11 : 00 ~ 11 : 10 11 : 40 ~ 11 : 50 ⋮ 21 : 00 ~ 21 : 10	11 : 00 ~ 11 : 03 11 : 15 ~ 11 : 18 ⋮ 21 : 00 ~ 21 : 03

(1) 已知三種秀皆於 11 : 00 開始表演，則之後三種秀在哪些時間會同時開始表演？

解 $[60, 40, 15] = 120$ ，120 分鐘 = 2 小時

$$11 + 2 = 13, 13 + 2 = 15, 15 + 2 = 17, 17 + 2 = 19, 19 + 2 = 21$$

所以在 13 : 00、15 : 00、17 : 00、19 : 00、21 : 00 會同時開始表演。

答 : 13 : 00、15 : 00、17 : 00、19 : 00、21 : 00。

(2) 艾美和妙麗於 19 : 20 到達樂園現場，若她們想要一起完整的觀賞完三種秀，則最早幾時幾分可以觀賞完？

解 由 (1) 可知，19 : 00 三種秀會同時開始表演，

因此，艾美和妙麗於 19 : 20 到達樂園現場後，三種秀的時間如下：

主題秀：20 : 00 ~ 20 : 18、21 : 00 ~ 21 : 18

水舞秀：19 : 40 ~ 19 : 50、20 : 20 ~ 20 : 30、21 : 00 ~ 21 : 10

夢幻秀：19 : 30 ~ 19 : 33、19 : 45 ~ 19 : 48、20 : 00 ~ 20 : 03 ……

故可先觀賞夢幻秀 (19 : 30 ~ 19 : 33)，接著觀賞水舞秀 (19 : 40 ~ 19 : 50)，

最後再觀賞主題秀 (20 : 00 ~ 20 : 18)，即最早在 20 : 18 觀賞完。

答 : 20 : 18。



一題多解

本單元由學生自行閱讀，教師可視班級情況決定如何運用。

比較 $-\frac{2}{9}$ 、 $-\frac{5}{12}$ 、 $-\frac{8}{15}$ 的大小。



安琪

$$[9, 12, 15] = 180$$

$$-\frac{2}{9} = -\frac{40}{180}, \quad -\frac{5}{12} = -\frac{75}{180}, \quad -\frac{8}{15} = -\frac{96}{180}$$

$$\text{因為 } \frac{96}{180} > \frac{75}{180} > \frac{40}{180}, \text{ 所以 } -\frac{96}{180} < -\frac{75}{180} < -\frac{40}{180},$$

$$\text{故 } -\frac{8}{15} < -\frac{5}{12} < -\frac{2}{9}。$$

#利用擴分將分母化成相同的數



威利

$$[2, 5, 8] = 40$$

$$-\frac{2}{9} = -\frac{40}{180}, \quad -\frac{5}{12} = -\frac{40}{96}, \quad -\frac{8}{15} = -\frac{40}{75}$$

$$\text{因為 } \frac{40}{75} > \frac{40}{96} > \frac{40}{180}, \text{ 所以 } -\frac{40}{75} < -\frac{40}{96} < -\frac{40}{180},$$

$$\text{故 } -\frac{8}{15} < -\frac{5}{12} < -\frac{2}{9}。$$

#利用擴分將分子化成相同的數



妙麗

利用除法計算近似值：

$$-\frac{2}{9} \approx -0.22, \quad -\frac{5}{12} \approx -0.42, \quad -\frac{8}{15} \approx -0.53$$

$$\text{因為 } 0.53 > 0.42 > 0.22, \text{ 所以 } -0.53 < -0.42 < -0.22,$$

$$\text{故 } -\frac{8}{15} < -\frac{5}{12} < -\frac{2}{9}。$$

#化為小數

你會採用哪種解法呢？
在喜歡的貼文按 ❤️ 吧！





數養 2.0

藥物半衰期

藥物在人體內經過正常的代謝程序，最終都會排出體外，只是每種藥物代謝時間的長短皆不同。人體服用藥物之後，藥物在身體血液中的濃度下降為原來的一半所經過的時間，稱為藥物半衰期。

一種藥物經過 1 個「半衰期」的時間，其血中藥物濃度降為原來濃度的 $\frac{1}{2}$ ：^①

經過 2 個半衰期

血中藥物濃度
降為原來濃度的
 $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$

經過 3 個半衰期

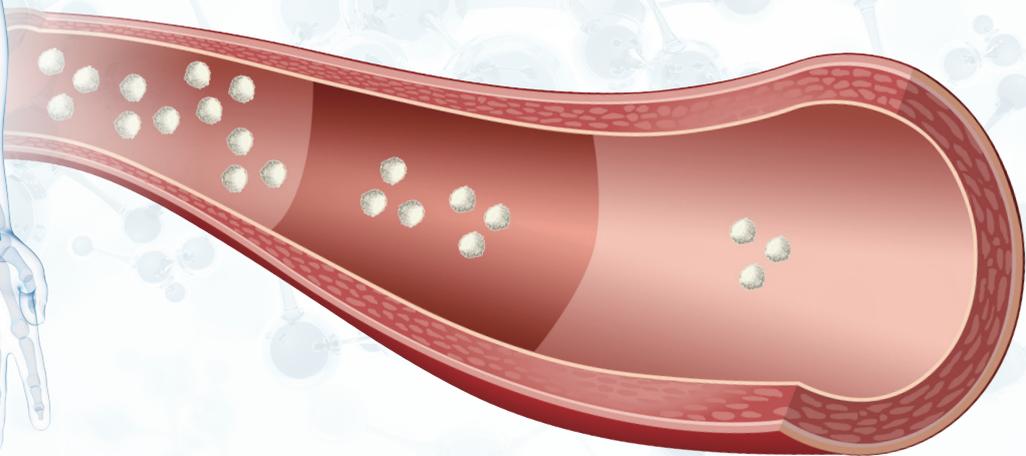
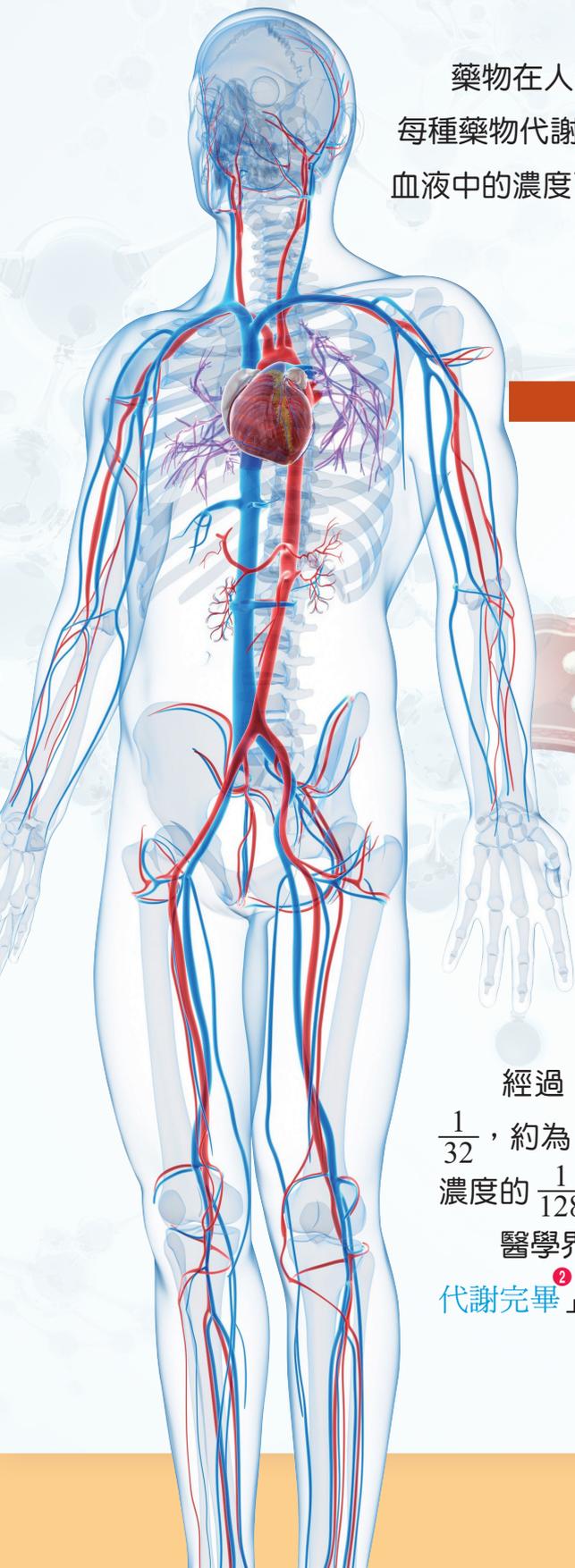
血中藥物濃度
降為原來濃度的
 $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$

經過 4 個半衰期

血中藥物濃度
降為原來濃度的
 $(\frac{1}{2})^4 = \frac{1}{16}$

經過 5 個「半衰期」，血中藥物濃度已經降為原來濃度的 $\frac{1}{32}$ ，約為 3%；經過 7 個「半衰期」，血中藥物濃度就降為原來濃度的 $\frac{1}{128}$ ，約為 0.8%，表示已代謝 99% 以上。

醫學界定義「藥物在血液中濃度降到原來的 5% 以下，視為代謝完畢」^②。



本單元為結合議題或跨領域的練習，
教師可視班級情況決定如何運用。



1. 艾美在接種 Covid-19 疫苗的隔天開始感覺到頭痛，依據藥師指示服用一顆止痛藥。若此顆止痛藥的半衰期為 4 小時^③，則艾美服用 24 小時後^④，血液中的藥物濃度降為原來的幾倍？是否可視為代謝完畢？

解題關鍵

線索一：由 ① 了解何謂 1 個半衰期。

線索二：依據 ③、④ 計算服用 24 小時後是經過幾個半衰期，進而求得血液中的藥物濃度。

線索三：由 ② 與止痛藥的濃度相比，判別是否代謝完畢。

$$\text{半衰期次數為 } 24 \div 4 = 6 \text{ (個)}, \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$$

故 24 小時後，艾美血液中的藥物濃度為原來的 $\frac{1}{64}$ 倍。

$$\frac{1}{64} = 0.015625 \div 1.6\% < 5\%$$

血液中的藥物濃度已降為原來的 5% 以下，故可視為代謝完畢。

答： $\frac{1}{64}$ 倍，可視為代謝完畢。

2. 若某藥廠研發的新藥物其半衰期為 3 小時^⑤，該藥廠宣稱服用此藥物 12 小時後即可代謝完畢^⑥，此說法是否誇大不實？

解題關鍵

線索一：由 ① 了解何謂 1 個半衰期。

線索二：依據 ③、④ 計算服用 12 小時後是經過幾個半衰期，進而求得血液中的藥物濃度。

線索三：由 ② 與新藥物的濃度相比，判別是否代謝完畢。

$$\text{半衰期次數為 } 12 \div 3 = 4 \text{ (個)}, \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

$$\frac{1}{16} = 0.0625 = 6.25\% > 5\%$$

故 12 小時後尚未代謝完畢，屬誇大不實。

答：是。