

平方根的意義與化簡

一、教學目標

- 1.從正方形的面積求邊長的學習經驗中，引入平方根的意義並介紹平方根的表示法，使學生了解數的平方根的概念，並能運用根號表示一個數的平方根。
- 2.在數線上找出一個正數的兩個平方根以強化負平方根的概念。
- 3.會用平方運算求某些非負整數及正分數的平方根。
- 4.教學生使用計算器按出 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{7}$ 等的近似值。
- 5.用十分逼近法求出 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ ……等數的近似值至小數點後第一位。
- 6.使學生了解二次方根最簡根式的意義，並學習二次方根的化簡。

二、教學設計

活動(一)：平方根的意義

(一)預備經驗：學生具備國小所學過的正方形的面積與邊長的關係。

(二)學習重點：

- 1.若 b 的平方是 a ，即若 $b^2 = a$ ，則稱 b 是 a 的平方根。
2. $\sqrt{a}$ 稱為 a 的正平方根， $-\sqrt{a}$ 稱為 a 的負平方根。
- 3.每一個正數有二個平方根，0 的平方根是 0，負數沒有平方根。

(三)活動進行開始：

第 1、2 節

教師活動	學生活動	學生學習過程、評量與教學提示
1.引起動機： 教師將西洋棋的棋盤紙影印每人三張。 (1)詢問同學是否玩過西洋棋，這三張紙除了下棋之外是否還有其他用途？ (2)請學生將西洋棋的棋盤紙上的正方形剪下一格貼在白紙上，並在旁邊註明其邊長和面積的關係。 2.課程內容 (1)從以上圖形中複習「正方形的面積＝邊長×邊長」，並讓學生從正方形的面積反推邊長。 (2)教師引導學生寫出$1^2 = 1$；$2^2 = 4$；……等形如$a^2 = b$的關係式。 (3)請討論就$a^2 = b$的關係式中，a和b的關係。其中a是正數還是負數或者皆有可能？ b是正數還是負數或者皆有	●學生討論。 ●學生回答問題。 ●學生依據教師提示完成圖形。 ●各組實作。 ●各組學生討論學習單（一）中 1~5 的問題，並作答。 ●各組競賽完成學習單（一）中 6 的表格答案，並上台發表答案。 ●學生討論實作。 ●學生上台發表。	每位學生準備用具如下： 剪刀，B4 白紙每人一張，膠水，原子筆。 教師發下學習單（一） 每位學生一份。 ●在這個活動中，先告知學生西洋棋盤的圖形構造，並說明上課當中該注意的討論重點及剪紙拼貼要注意保持圖形的完整性。 ●假定每一方格的邊長均 1 單位長。

教師活動	學生活動	學生學習過程、評量與教學提示
可能？ (4)教師說明二次方根的定義： 若 b 的平方是 a，即若 $b^2=a$， 則稱 b 是 a 的平方根。 (5)介紹二次方根的符號 $\sqrt{\quad}$ 的 表示法： $\sqrt{a}$ 稱為 a 的正平方根， $-\sqrt{a}$ 稱為 a 的負平方根 (6)每一個正數有二個平方根，0 的平方根是 0，負數沒有平方 根。 (7)教師提問 $\sqrt{1}=1$；$-\sqrt{1}=-1$；$\sqrt{4}=2$；$-\sqrt{4}=-2$； $\sqrt{9}=3$；那麼 $\sqrt{2}=?$ $\sqrt{3}=?$；$-\sqrt{7}=?$	●指定學生上台練習把二次方根的 符號 $\sqrt{\quad}$ 寫一次。 ●學生討論並上台發表看法。	●教師要注意學生是否能從數線上的 圖形操作中，看出 a 和 b 的關係 ●透過在數線上找出一個正數的兩個 平方根的練習，以強化負平方 根的概念。 ●要確認學生是否了解平方根的意 義。 ●教師隨堂指導學生是否正確寫出一 個數的平方根。
第一、二節課結束，每組學生將學習單交回一份 學生回家做學習單(二)的題目練習		

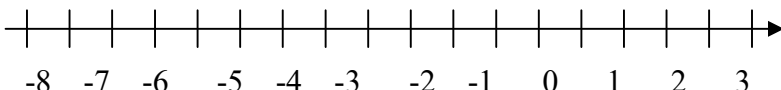
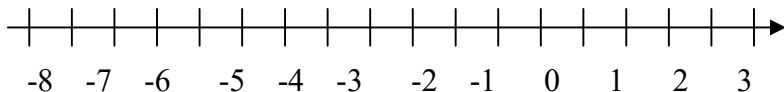
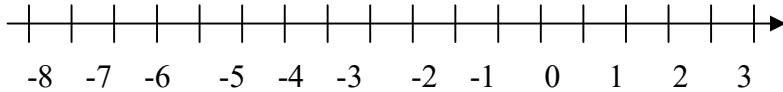
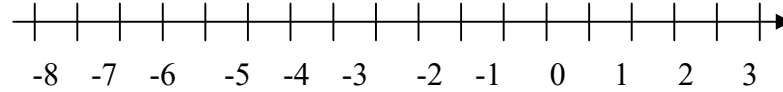
(四) 評量方式：

1. 各組分數以第一、二節課上台發表次數及正確性為加分依據，並採計學習單（一）的作答正確性及美觀程度加分。
2. 個人分數則以學習單（二）的作答正確性及美觀程度加分。

(五) 附件：

學習單（一）

問題：	學生作答(圖)	學生作答(數學式及說明)
1. 將西洋棋的棋盤紙上的正方形剪下一格，貼在白紙上，並在旁邊註明其邊長和面積的關係。		【1】 $1^2=$ ____
2. 方法同上，但將正方形的邊長改為 2 格。		【2】 $2^2=$ ____
3. 方法同上，但將正方形的邊長改為 3 格。		【3】 $3^2=$ ____

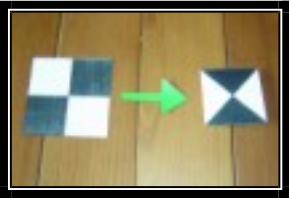
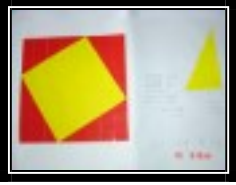
問題：	學生作答(圖)	學生作答(數學式及說明)			
4・方法同上，但將正方形的邊長改為4格。		【4】 $4^2=$ _____			
5・方法同上，但將正方形的邊長改為5格…。		【5】 $5^2=$ _____			
6・在右方表格的空格中填入適當的數字。	$1^2=$ _____	$2^2=$ _____	$3^2=$ _____	$4^2=$ _____	$5^2=$ _____
	$6^2=$ _____	$7^2=$ _____	$8^2=$ _____	$9^2=$ _____	$10^2=$ _____
	$11^2=$ _____	$12^2=$ _____	$13^2=$ _____	$14^2=$ _____	$15^2=$ _____
	$16^2=$ _____	$17^2=$ _____	$18^2=$ _____	$19^2=$ _____	$20^2=$ _____
	$21^2=$ _____	$22^2=$ _____	$23^2=$ _____	$24^2=$ _____	$25^2=$ _____
	$0^2=$ _____	$1.5^2=$ _____	$2.4^2=$ _____	$\left(\frac{2}{3}\right)^2=$ _____	$\left(\frac{12}{7}\right)^2=$ _____
	$(-1)^2=$ _____	$(-8)^2=$ _____	$(-11)^2=$ _____	$(-25)^2=$ _____	
	$(-0.1)^2=$ _____	$(-1.2)^2=$ _____	$\left(-\frac{4}{9}\right)^2=$ _____	$\left(-\frac{23}{24}\right)^2=$ _____	
7・【1】在數線上畫出使 $a^2=4$ 的所有可能的a所在的位置。 					
【2】在數線上畫出使 $b^2=\frac{25}{36}$ 的所有可能的b所在的位置。 					
【3】在數線上畫出使 $x^2=0$ 的所有可能的x所在的位置。 					
【4】在數線上畫出使 $y^2=-9$ 的所有可能的y所在的位置。 					
7・請討論就 $a^2=b$ 的關係式中，a和b的關係。 其中a是正數還是負數或者皆有		答：			

問題：	學生作答(圖)	學生作答(數學式及說明)
可能？ b 是正數還是負數或者皆有可能？		
8. 二次方根的定義：若 b 的平方是 a，即若 $b^2=a$ ，則稱 b 是 a 的平方根。		【1】 84 有沒有平方根=____ 【2】 0 有沒有平方根=____ 【3】 -324 有沒有平方根=____
9. 從 1~7 的討論與演算中可知每一個正數都有 <u>2</u> 個平方根。 即若 $a>0$ ，則稱 $\sqrt{a}$ 為 a 的正平方根， $-\sqrt{a}$ 為 a 的負平方根。 10. $\because 0^2=0$ $\therefore 0$ 的平方根是 0 11. $\because$ 在數線上找不到任何一個數的平方之值為負數 $\therefore$ 負數沒有平方根 12. 結論： 【1】 每一個正數都有二個平方根。 【2】 0 的平方根是 0。 【3】 負數沒有平方根。		【1】 9 的正平方根=____。 【2】 9 的負平方根=____。 【3】 $\sqrt{9}$ =____。 【4】 $-\sqrt{9}$ =____。 【5】 6.25 的正平方根=____。 【6】 6.25 的負平方根=____。 【7】 $\sqrt{6.25}$ =____。 【8】 $-\sqrt{6.25}$ =____。 【9】 $\sqrt{0}$ =____。 【10】 $\sqrt{\frac{324}{625}}$ =____。 【11】 $\sqrt{-36}$ =____。 【12】 若 x 的正平方根= $\frac{2}{3}$ ，則 x =____。 【13】 若 $2a+3$ 的正平方根=1，則 a=____。

學習單 (二)

問題：	學生作答(數學式及說明)
【1】 625 的平方根=_____	
【2】 $\frac{1}{4}$ 的平方根=_____	
【3】 0.0144 的平方根=_____	
【4】 設 $x=3^2 \times 7^2$ ，則 x 的平方根為_____	
【5】 設 $y=2^4 \times 3^2 \times 7^2$ ，則 y 的平方根為_____	
【6】 設 -5 是 $9+4x$ 的一平方根，則 x =_____	
【7】 小於 300 的正整數中，有哪些數的平方根是整數？	

學習單(三)

問題：	學生作答(圖)	學生作答(數學式及說明)
1. 請找出一個邊長為 $\sqrt{2}$ 的正方形，並將其結果貼在學習單上。		
2. 找出一個邊長為____的正方形，並將其結果貼在學習單上。		
3. 找出一個邊長為____的正方形，並將其結果貼在學習單上。		
4. 試說明你的答案並上台發表。		

(四) 評量方式：

1. 各組分數以第六節課上台發表次數及正確性為加分依據，並採計學習單(六)的作答正確性及美觀程度加分。
2. 個人分數則以學習單(七)的作答正確性、美觀程度及上台表現來加分。