第3章 一元一次方程式

3-1 式子的運算

- 1. 以符號代表數 •
- 2. 式子的值
- 3. 式子的化簡。

- 國小5年級
 - 以符號表示公式
- **國中1上1-2** 正負數的加減
- **國中1上1-3** 正負數的乘除

3-2 解一元一次方程式 •

- 1. 認識一元一次方程式
- 2. 等量公理與移項法則

·國小6年級

數量關係的表示與解題

3-3 應用問題 •

·國小6年級

數量關係、解題

學習前哨站。本單元為學生自我複習,教師可視班級情況決定如何運用。



回顧 ① 去括號

課前練習

在□內填入「+」或「-」:

$$(1)(-5) - (4-6) = (-5) \quad \boxed{4} \quad \boxed{6}$$

$$(2) 13 - (-2+5) = 13 \square 2 \square 5 \circ$$

回顧 ② 乘法對加減法的分配律

 $25 \times (100 + 1)$

 $=25 \times 100 + 25 \times 1$

=2500+25

=2525

課前練習

計算下列各式:

$$(2) 37 \times (100 - 2) =$$
 \circ

回顧 🜖 求未知數的值

2.
$$\angle \div 3 = \frac{3}{2}$$
,则 $\angle = \frac{3}{2} \times 3 = \frac{9}{2}$ 。

課前練習

計算下列各式:

(1)
$$\square \times 2 = 100$$
, $\square = \underline{\hspace{1cm}} \circ$

(2)
$$\triangle -5 = 20$$
, $\triangle = \underline{\hspace{1cm}}$

章前介紹

→ 健體

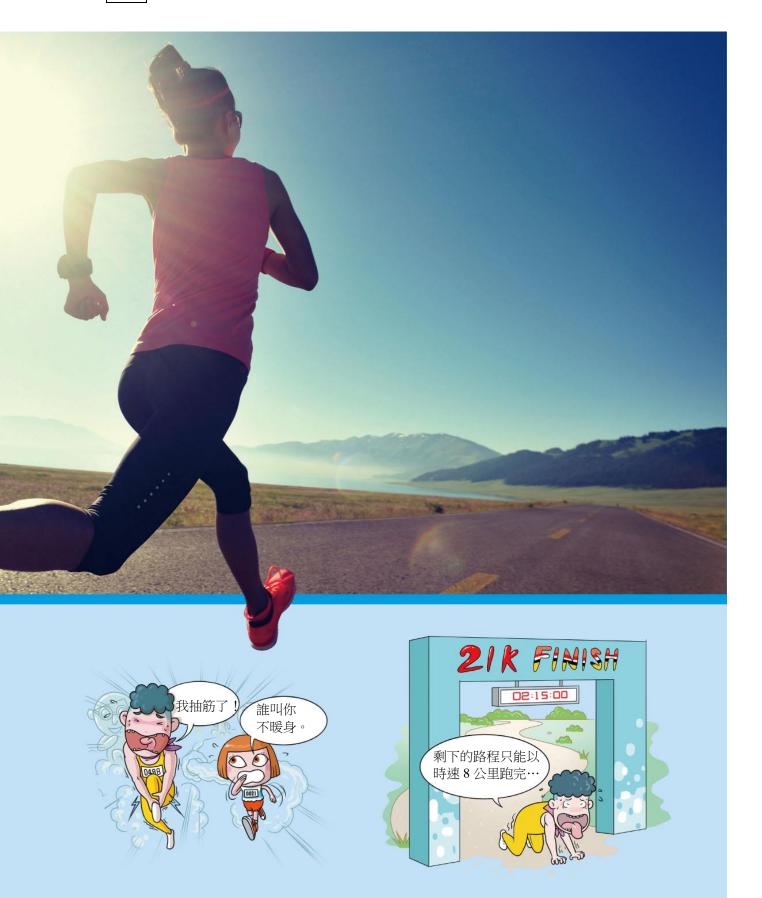
你不暖身嗎?

AAMLIN RUN

生活中常遇到一些問題需要用數學協助解決,從下圖漫畫中的資訊,你能知道<u>洛基</u>一開始以每小時 10 公里的速率跑了多少公里嗎?

本章將介紹一元一次方程式,透過符號代表未知數量的方式,學習式子的 化簡與求解方程式,來協助解決生活中 的數學問題。





3-1 式子的運算

1 以符號代表數

國小時曾經學過用「 \square 、 \triangle 、 \bigcirc 」、「甲、乙、丙」等文字或符號代表未知的數並記錄問題,再以算式填充題的方式解題。後來又以英文字母x、y、z 等代表未知的數。例如:

- (1)長方形的寬x公分,長比寬多5公分,則長就是(x+5)公分。
- (2)弟弟比哥哥小 2 歲,如果哥哥今年是 x 歲,則弟弟今年就是 (x-2) 歲。
- (3)演唱會門票一張 1500 元,買 x 張要 $(1500 \times x)$ 元。
- (4)心凌買3支熱狗共用了y元,則每支熱狗的價格是(y÷3)元。

像 $x+5 \cdot x-2 \cdot 1500 \times x \cdot y \div 3$ 等,由文字和數字組成的算式,稱為代數式。

▶符號的簡記

自評 P172 第 1 題

因為乘號「 \times 」與英文字母「x」在書寫時容易混淆,所以在列式時,常將乘號「 \times 」改寫成「 \cdot 」,或省略不寫,並把數字寫在英文字母的左方。例如:

<i>x</i> ×15	或 15×x	簡記成 15x ◆	
<i>x</i> ×1.5	或 1.5×x	簡記成 1.5x	
` ,	或 $(-6) \times x$		
$x \times \frac{4}{7}$	$\cancel{\cancel{2}} \frac{4}{7} \times x$	簡記成 $\frac{4}{7}x$ 或 $\frac{4x}{7}$	

 $1 \times x$ 依照 $[\times]$ 號省略的約定,應簡記成 1x,但因為 1 和任意數的乘積

就是該數本身,所以可將 $1 \times x$ **簡記成** x ,同樣地, $(-1) \times x$ **簡記成** -x 。

簡記下列各式:

$$(1)$$
 3 \times x

(2)
$$(-4) \times x$$

$$(3) x \times \frac{5}{3}$$

解

$$(1) 3 \times x = 3x$$

$$(2) (-4) \times x$$
$$= -4x$$

$$(3) x \times \frac{5}{3}$$

$$= \frac{5}{3} \times x$$

$$= \frac{5}{3} x \left(\overrightarrow{\$} \frac{5x}{3} \right)$$

除以一個不為 0 的數就是乘以該數的倒數,例如:

(1)
$$x \div 4$$
 可以寫成 $x \times \frac{1}{4}$,也就是說

$$x \div 4$$

$$= x \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{4} x \vec{x} \frac{x}{4} \circ$$

 $=-\frac{3}{2}x$ °

$$=x \times \left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$= \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot x$$

$$= \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot x$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$$

$$= \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot x$$

都是很常見的寫法。

隨堂練習

簡記下列各式:

(1)
$$(-3.5) \times a =$$

$$(2) y \times (-\frac{2}{3}) =$$

$$(3) x \div (-6) = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$(4) y \div (-\frac{5}{3}) = \underline{\hspace{1cm}}$$

例 2 簡記含加、減的式子

簡記下列各式:

$$(1) x \times 3 + 2$$

解

(1)因為 $x \times 3$ 簡記成3x, 所以 $x \times 3 + 2 = 3x + 2$ 。

$$(2) x \div \left(-\frac{5}{3}\right) -1$$

$$(2) x ÷ (-\frac{5}{3}) -1$$

$$= x × (-\frac{3}{5}) -1$$

$$= -\frac{3}{5}x -1$$

隨堂練習

簡記下列各式:

$$(1) x \cdot (-5) -2 = _{-} \circ$$

$$(2) x \div (-3) +4 = \underline{\hspace{1cm}} \circ$$

▶以符號列式

學會了簡記的方式後,如果要以文字符號列式表達數量關係,就可以直接用簡記的形式列出式子。

文字敘述	式子
x 減 8	x-8
x 的 5 倍	5 <i>x</i>
比 x 大 5 的數	x+5
比 x 的 6 倍多 7 的數	6x+7
比 x 的一半少 3 的數	$\frac{1}{2}x-3$

例 3 以符號代表數

- 1. 已知原子筆每打x元,則:
 - (1)5 打原子筆多少元?
 - (2)每枝原子筆多少元?

(一打有12枝)



解

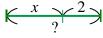
- 1.(1)一打原子筆x元, 則 5 打為 *x*×5=5*x* (元)。
 - (2)一打原子筆有12枝,

所以每枝為 $x \div 12 = \frac{x}{12}$ (元)。

自評 P172 第 3、4 題

- 2. 志聰的年齡比勇年大 2 歲,則:
 - (1)如果以x表示勇年的歲數, 則志聰多少歲?
 - (2)如果以 y 表示志聰的歲數, 則勇年多少歲?
- 2.(1) 志聰比勇年大 2 歲, $| \underline{\overline{x}}$ 版比<u>男年</u>大 $| \underline{x}$ 次 $| \underline{x}$ $| \underline{x}$

<u>志聰</u>為 (*x*+2) 歲。



(2) 志聰比勇年大2歲, 即勇年比志聰小2歲 所以志聰 y 歲時,

勇年為 (y-2) 歲。

隨堂練習

1. 如右圖,如果用 x 表示繳交的人數, 則書銘收到_____元。

生活科技課材料費, 每人交 50 元給書銘。

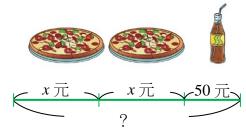
- 2. 水果一箱 a 元, 8 人均分一箱, 則每人要分攤 元。
- 3. 已知姐姐繳交的學費比弟弟多 200 元,則:
 - (1)如果姐姐的學費為x元,則弟弟的學費為 元。
 - (2)如果弟弟的學費為 y 元,則姐姐的學費為

例 4 以符號列式

1.媽媽買了2個披薩及1瓶汽水,如果一個披薩x元,一瓶汽水50元,則媽媽共花了多少元?

解

1.



因為一個披薩 x 元, 所以 2 個披薩要 2x 元, 因此媽媽共花了 (2x+50) 元。

自評 P172 第 3、4 題

2.



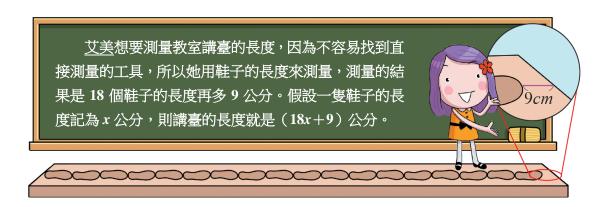
由上圖可知,

一杯紅茶的價錢為 $\frac{x+5}{2}$ 元。

隨堂練習

- 1.已知父親的體重是兒子體重的 3 倍 多 2 公斤,如果兒子的體重為 x 公 斤,則父親的體重是______ 公斤。
- 2.<u>小均</u>買了 3 個雞塊及 1 杯 30 元的 可樂,共花了 x 元,則每個雞塊是 _____元。

2 式子的值



在上例中,式子 18x+9 的值是由 x 的值所決定。例如:如果一隻鞋子的實際 長度為 25 公分,也就是 x=25,則<u>艾美</u>就可算出講臺的長度為 $18\times25+9=459$ (公分)。也就是說,當 x=25 時,18x+9 這個式子的值為 459。此例中,講臺的長度 是以 18x+9 表示,當 x 的值確定後,18x+9 的值也會確定。

例 5 求式子的值

自評 P173 第 5 題

計算下列各式的值:

(1)如果
$$x=5$$
,則 $3x-8=$ 。

解

(1)如果x=5,

則
$$3x-8=3 \times 5-8$$

= $15-8$
= 7

(2)如果
$$x = -3$$
,則 $-3 - 7x = ____$ 。

$$(2)$$
如果 $x = -3$,

隨堂練習

計算下列各式的值:

(1)如果 x=0,

$$(2)$$
如果 $x=6$,

則
$$\frac{x+3}{12} - 5 = _{----}$$
。

假設搭乘計程車的基本費是 70 元,每跳表 1 次加收 5 元,如果跳表 x 次,則收費 (70+5x) 元。

跳表次數	1	2	8	10
	70+5x	70+5x	70+5x	70+5x
收費(元)	$=70+5\times1$	$=70+5\times 2$	$=70+5\times8$	$= 70 + 5 \times 10$
	=75	=80	=110	=120

由上例可以觀察到:70+5x 所代表的值,會隨著x 值的不同,而有所改變。

例 6 求一個式子不同的值

自評 P173 第 5 題

當x分別為 $2 \cdot 0 \cdot -1 \cdot -\frac{5}{3}$ 時,式子3x+4的值各是多少?

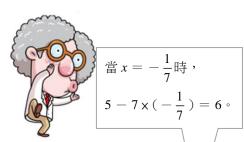
解

$$x=2$$
, $3x+4=3 \times 2+4=10$

$$x=0$$
, $\exists 13x+4=3\times0+4=4$

$$x = -1$$
, $\exists 3x + 4 = 3 \times (-1) + 4 = 1$

$$x = -\frac{5}{3}$$
, $\exists 3x + 4 = 3 \times (-\frac{5}{3}) + 4 = -1$



隨堂練習

在下表的空格中,填入各式子所代表的值。

式子	2	-3	$-\frac{1}{7}$
5-7 <i>x</i>			6
-8+3x			

3 式子的化簡

學習式子的化簡之前,應先熟悉下列常用的名詞:

(1) 一元一次式:

式子中只含有一種代表數的文字符號(一元),且該文字符號的最高次方為一次方,這樣的式子稱為一元一次式。

例如: $5a \cdot -3x+2 \cdot -2y-3$ 等,皆是一元一次式。

(2) 項:

一元一次式 6x-5 可看成 6x+(-5) ,其中 6x 與-5 以「+」號連結,是一元 一次式 6x-5 的項。6x-5 共有兩項,分別是 6x 和-5 ,其中-5 是常數項。

(3) 同類項:

文字符號相同,次方也相同的項,稱為同類項。

例如:6x 和-2x 是同類項,3 和-5 是同類項,而 2x 和 3y 不是同類項。

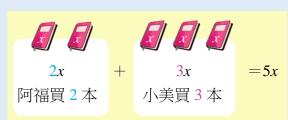
(4) 係數:

在各項中,文字符號前的數稱為該項的係數。

例如:6x 的係數是 6 ,-2x 的係數是 -2 ,x 的係數是 1 ,-x 的係數是 -1 。

在數學的使用上,當文字符號代表數的時候,可以將它視為數來做運算, 並有相同的運算規則。

例如:筆記本每本x元,<u>阿福</u>買 2 本需2x元,<u>小美</u>買 3 本需3x元, 兩個人共買 5 本筆記本,所以一共 需要5x元,也就是2x+3x=5x。



也可以利用分配律 $a \times c + b \times c = (a+b) \times c$ 來化簡 2x+3x,

即
$$2x+3x=2 \times x+3 \times x$$

= $(2+3) \times x$
= $5x$

例 7 同類項的加減

化簡下列各式:

$$(1)-15x+9x$$

解

$$(1)-15x+9x = ((-15) +9) x = -6x$$

$$(2) 7x - (-5x)$$

$$(2) 7x - (-5x)$$

$$= 7x + 5x$$

$$= (7+5) x$$

$$= 12x$$

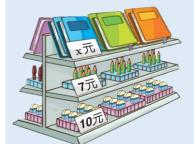
隨堂練習

化簡下列各式:

$$(1)-x+(-2x)$$

$$(2) x - 3x$$

$$(3)-8x-(-7x)$$



如果式子中有兩種不同類型的同類項,該如何化簡呢?





已知 1 本筆記本 x 元,兩人共買了 5 本筆記本(5x 元)、1 枝鉛筆(7 元)和 1 個橡皮擦(10 元),所以總共需要(5x+17)元。

由上面的例子可以發現(2x+7)+(3x+10)與5x+17是相等的。也就是說:

$$(2x+7) + (3x+10) = 2x+7+3x+10$$
 加法交換律 $= 2x+3x+7+10$ 合併同類項 $= (2x+3x) + (7+10)$ 合併同類項 $= 5x+17$

在一元一次式(2x+7)+(3x+10)化簡的過程中,2x 和 3x 是同類項,7 和 10 是同類項。**在做式子的加減運算時,只有同類項才能合併。**

因為 5x 和 17 不是同類項,所以化簡至 5x+17 時,就無法再合併。

例 8 加、減式子的化簡

自評P173第6題(1)

化簡下列各式:

$$(1) 6x + 3 - 2x - 5$$

解

$$(1) 6x + 3 - 2x - 5$$

$$=6x+3+(-2x)+(-5)$$

$$=6x+(-2x)+3+(-5)$$

$$=4x+(-2)$$

$$=4x-2$$

$$3 + (-2x)$$
 •

$$(2)-3y-4-y+1$$

$$(2)-3y-4-y+1$$

$$= (-3y) + (-4) + (-y) + 1$$

= (-3y) + (-y) + (-4) +1

$$=-4y-3$$

同類項才能合併。



隨堂練習

$$(1) 5x - 19 + 6x + 7$$

(2)
$$2y-5-7y+11$$

乘法交換律與乘法結合律也可以應用於式子的運算。例如:

 $8x \times 5 = 5 \times 8x$ ←乘法交換律 $a \times b = b \times a$

$$=5 \times (8 \times x)$$

=
$$(5 \times 8) \times x$$
 ←乘法結合律 $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

=40x

例 9 乘、除式子的化簡

化簡下列各式:

$$(1) (-8) \times 2x$$

解

(1)
$$(-8) \times 2x$$

= $((-8) \times 2) \times x$

$$=$$
 $-16 \times x$

$$= -16x$$

(2)
$$(-8x) \div (-\frac{3}{5})$$

(2)
$$(-8x) \div (-\frac{3}{5})$$

= $(-8x) \times (-\frac{5}{3})$

=
$$((-8) \times (-\frac{5}{3})) \times x$$

= $\frac{40}{3}x$

隨堂練習

(1)
$$8x \times (-\frac{3}{2})$$

$$(2)\frac{9}{7}x \div (-\frac{3}{49})$$
 $(3)(-18x) \div (-5)$

$$(3) (-18x) \div (-5)$$

含文字符號式子的去括號方法,與第1章所學的正負數去括號方法相同。

【去括號】

1.
$$-(ax+b) = -ax-b$$

2.
$$-(ax-b) = -ax+b$$

3.
$$-(-ax+b) = ax-b$$

4.
$$-(-ax-b) = ax+b$$

例 10 去括號

自評 P173 第 6 題 (2)~(4)

化簡下列各式:

$$(1)-(3x-5)$$

$$(2)-(-5x+3)$$

解

$$(1)-(3x-5)$$

$$= -3x + 5$$

$$(2) - (-5x+3) = 5x-3$$

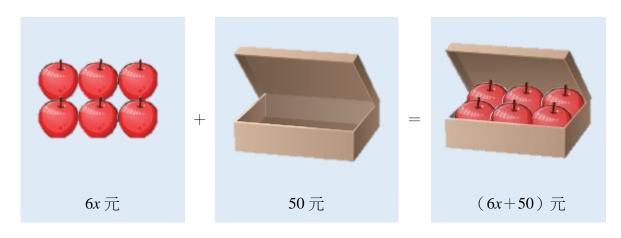
隨堂練習

$$(1)-(2x+1)$$

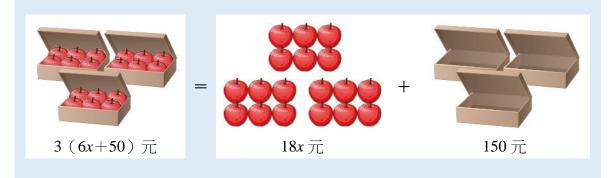
$$(2)-(-3x-8)$$

在式子的運算中,常運用分配律的概念,學習如何去括號。例如:若每個x元的蘋果6個,裝入每個50元的紙盒內,則每盒蘋果的價錢為(6x+50)元。





3 盒蘋果的價錢可記為 3(6x+50)元,也可以想成共有 18 個蘋果及 3 個紙盒,所以 3 盒蘋果的價錢也可以記成(18x+150)元。



因此,可以發現 3(6x+50) 與 18x+150 是相等的。 也就是說, $3(6x+50)=3\times 6x+3\times 50$ 一分配律 $a\times (b+c)=a\times b+a\times c$ = 18x+150

例 11 分配律

利用分配律,展開下列各式:

$$(1) 2 (-4x+3)$$

解

$$(1) 2 (-4x+3) = 2 \times (-4x) + 2 \times 3 = -8x+6$$

隨堂練習

利用分配律,展開下列各式:

$$(1) 5 (-3x+6)$$

例 12 含有括號的化簡

化簡下列各式:

$$(1)(2x+3) + (-4x+8)$$

解

$$(1) (2x+3) + (-4x+8)$$

$$= 2x+3-4x+8$$

$$= 2x-4x+3+8$$

$$= -2x+11$$

隨堂練習

化簡下列各式:

$$(1)(x+4) + (3x-2)$$

自評P173第6題(2)~(4)

$$(2)-3(x-2)$$

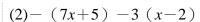
$$(2)-3(x-2) = (-3) \times x - (-3) \times 2 = -3x - (-6) = -3x + 6$$

$$(2)-2(3x-4)$$

自評 P173 第 6 題 (2)~(4)

(2)
$$(-3x+1)$$
 -2 $(5x-1)$

(2)
$$(-3x+1)$$
 -2 $(5x-1)$
 $= (-3x+1) - (10x-2)$
 $= -3x+1-10x+2$
 $= -3x-10x+1+2$
 $= -13x+3$
灰色部分在熟練
以後,可省略。



例 13 式子的化簡

化簡下列各式:

$$(1)\frac{2}{3}x + \frac{3}{5} - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$$

解

$$\overline{(1)} \frac{2}{3}x + \frac{3}{5} - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$$

$$= (\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}x) + (\frac{3}{5} - \frac{3}{4})$$

$$= \frac{4x - 3x}{6} + \frac{12 - 15}{20}$$

$$= \frac{1}{6}x - \frac{3}{20}$$

$$(2)\frac{3x-1}{2} - \frac{2x+5}{3}$$

$$(2)\frac{3x-1}{2} - \frac{2x+5}{3}$$

$$= \frac{(3x-1)}{2} - \frac{(2x+5)}{3}$$

$$= \frac{3(3x-1)}{2\times 3} - \frac{2(2x+5)}{3\times 2}$$

$$= \frac{(9x-3) - (4x+10)}{6}$$

$$= \frac{9x-3-4x-10}{6}$$

$$= \frac{5x-13}{6} \ (\cancel{x}, \frac{5}{6}x - \frac{13}{6})$$

要記得加括號才不會算錯哦!



$$(1)\frac{1}{4}x - \frac{3}{5} + \frac{1}{3}x + \frac{3}{2}$$

(2)
$$2x - \frac{x-6}{3}$$

3-1 重點回顧

● 符號的簡記

列式時,可將數字和文字符號中間的乘號「x」寫成「·」,或省略不寫,並把數字寫在文字符號的左方。

 $M x \cdot (-8)$ 可以簡記為 $-8x \cdot$

2 一元一次式

如果一個式子只含有一種代表數的文字符號,且該文字符號的最高次方為一次方,則這樣的式子稱為一元一次式。

例 $3a \cdot -2x+5 \cdot y-3$ 等,皆為一元一次式。

郵法的交換律與結合律

式子的乘除運算,可以利用乘法交換律或乘法結合律化簡。

- (1) 乘法交換律: $a \times b = b \times a$
- (2) 乘法結合律: $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$
- 例 $4x \times 3 = 3 \times 4x$ (乘法交換律) = $(3 \times 4) \times x$ (乘法結合律) = 12x

4 同類項

- (1) 文字符號相同,其次數也相同的項,稱為同類項。
- (2) 在做式子的加減運算時,須掌握同類項才能合併的方法。
 - 例 2x + 3x = 5x

6 分配律

含括號的式子,可以利用分配律 $c \times (a+b) = c \times a + c \times b$ 運算。

$$0 -2 (3x+1) = (-2) \times 3x + (-2) \times 1$$

= $-6x-2$

3-1 自我評量

可搭配 P228 迷思逃脫

① 下列哪些式子所代表的數與 4x 是一樣的,在□中打「 \checkmark 」。 課 P156 課文

 $\Box x \times 4$

 $\Box 5x-1$ $\Box 4 \div x$ $\Box x+x+x+x$

2 簡記下列各式:

課 P157、158 例 1、2

$$(1) x \times (-\frac{1}{2}) = \underline{\hspace{1cm}}$$

(2)
$$x \times (-4) -5 =$$

$$(3) x \div (-\frac{5}{2}) =$$

(3)
$$x \div (-\frac{5}{2}) =$$
 (4) $x \times (-\frac{4}{5}) + 8 =$

③ 豆花每碗x元,<u>佩珊</u>買了6碗,一共需要_____元。<u>佩珊</u>付了200元給 老闆,應找回____元。 課 P159、160 例 3、4

● 將一箱柳丁平分給 x 位同學,每人得 3 個,最後還剩 10 個,則這箱柳丁共有 課 P159、160 例 3、4

x 式子	-1	0	$\frac{1}{2}$
6x-4			
-5x+1			

(1)
$$7x-5+4x+2$$

(3)
$$3(2x+1) - (x+2)$$
 課 P167~169 (4) $-5(-2x+3) - 3(4x-5)$ 課 P167~169 例 $10\sim12$

(5)
$$\frac{1}{4}$$
 (3 x -2) - (2 x +4) 課 P170 例 13 (6) $\frac{2x-1}{5} - \frac{x+2}{2}$ 課 P170 例 13