

2 科學記號

動畫 科學記號表示法

學過了指數之後，我們就可以用 10 的次方形式來表示十進位中的位值，即：

位名		萬	千	百	十	個	十分位	百分位	千分位	
位值		10000	1000	100	10	1	0.1 ($=\frac{1}{10}$)	0.01 ($=\frac{1}{100}$)	0.001 ($=\frac{1}{1000}$)	
10 的 次方		10^4	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	

$\times 10$ $\times 10$ $\times 10$ $\times 10$ $\times 10$ $\times 10$ $\times 10$
 $\times \frac{1}{10}$ $\times \frac{1}{10}$ $\times \frac{1}{10}$ $\times \frac{1}{10}$ $\times \frac{1}{10}$ $\times \frac{1}{10}$ $\times \frac{1}{10}$

觀察上表可知，利用 10 的乘方就可輕易地表示一個很大或很小的數。

當 n 為正整數時， $\frac{1}{10^n}$ 可記為 10^{-n} ，且 $10^0 = 1$ 。

詳細的指數運算
可參考 2-4 節。



探索活動

計算機中的科學記號

(1) 小新使用計算機時，他先按了 **1**，再連續按 6 次 **0**，將螢幕上顯示的數字以 10 的乘方表示為 10^6 。

(2) 小新使用計算機時，他先按下 **1 0**，接著再按 **x^y** 與 **0**，最後按下 **=**，則螢幕上顯示的數字為 1。

$$10^0 = 1$$

2 教學提醒

教師在此可配溫故啟思進行教學，讓學生先熟習數字的十進位表示熟悉 10 各種次方與位的關係，可多舉一些例子讓學生練習。

3 教學提醒

此探索活動可結合計算機的融學，利用日常生活中使用計算機的經驗進行記號的啟蒙。

在生活中常會聽到或使用到很大或很小的數，為了易於辨別或書寫計算，我們常將這樣的數簡記表示。譬如至2017年為止，臺灣總人口數已超過23500000人，我們可以利用10的乘方來表示：

$$23500000 = 2.35 \times 10000000 = 2.35 \times 10^7$$

教學提醒 ①

以實例讓學生了解科學記號如何表示可以多舉一些實例讓學生加深印象與練習。

像這樣將一個正數寫成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 a 大於或等於1，但是小於10，且 n 為整數，此時我們就稱 $a \times 10^n$ 為該數的**科學記號表示法**。例如 $1000000 = 10^6 = 1 \times 10^6$ 。為了科學記號表示法的唯一性，我們統一將23500000的科學記號表示寫成 2.35×10^7 ，而不是 235×10^5 或是 23.5×10^6 等其他形式。

例 ⑤ 科學記號表示法

將下列各數以科學記號表示：

(1) 5870000

(2) 0.00023

(3) $\frac{94}{100000}$

解

$$\begin{aligned} (1) \quad 5870000 &= 5.87 \times 1000000 \\ &= 5.87 \times 10^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad 0.00023 &= 2.3 \times 0.0001 \\ &= 2.3 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

$$(3) \quad \frac{94}{100000} = 0.00094 = 9.4 \times 0.0001 = 9.4 \times 10^{-4}$$

$$\begin{array}{c} 5.870000 \\ \text{小數點往前6位} \\ = 5.87 \times 10^6 \end{array}$$



$$\begin{array}{c} 0.00023 \\ \text{小數點往後4位} \\ = 2.3 \times 10^{-4} \end{array}$$



隨堂練習

將下列各數以科學記號表示：

(1) 100000000
(1後面有8個整數位)
 1×10^8

(2) 52000000
(5後面有7個整數位)
 5.2×10^7

(3) 0.0000503
(小數點後第5位不為0)
 5.03×10^{-5}

(4) $\frac{35}{10000}$
 $\frac{35}{10000} = 0.0035 = 3.5 \times 10^{-3}$



在科學研究中，有許多特別大或特別小的單位，以科學記號表示時，可以讓記錄或計算變得更加容易，例如以下為幾個常用的長度單位的科學記號：

長度單位	單位符號	與公尺 (m、米) 單位換算及其科學記號
公里	km	$1 \text{ km} = 1000 \text{ m} = 10^3 \text{ m}$
毫米	mm	$1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$
微米	μm	$1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$
奈米	nm	$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$

2

2 教學提醒

科學記號這一元，依課綱要沒有科學記號運算，僅有表示法、比較大小位數而已，請勿過度延伸。

隨堂練習

- 1 已知某廠牌的奈米水離子吹風機，可以將水分裂成直徑小於或等於 20 奈米 (nm) 的水分子，且 1 奈米為一公尺的十億分之一，試以公尺為單位，將 20 奈米以科學記號表示。

由上面表格可知，1 奈米 = 10^{-9} 公尺
(或十億分之一 = $\frac{1}{1000000000} = \frac{1}{10^9} = 10^{-9}$)

因此 20 奈米 = 20×10^{-9} 公尺
= 2×10^{-8} 公尺。



另解：20 奈米 = 20×10^{-9} 米 = $2 \times 10 \times 10^{-9}$ 米 = 2×10^{-8} 米

- 2 由天文學的研究計算已知地球到太陽的平均距離約為 149600000 公里，試將此距離以科學記號表示 (單位：公里)。
 $149600000 \text{ 公里} = 1.496 \times 100000000 = 1.496 \times 10^8 \text{ 公里}$
(小數點向前移到 1 和 4 之間，共移了 8 位)
(或 1 後面有 8 個整數位)



將一個正數以科學記號表示，可以讓我們較容易判斷這個數的位數，或是小數點第幾位才出現不為 0 的數，也可方便比較兩數的大小。

例 6 判斷科學記號的位數

學提醒 1

可依學生程度，由一些數字開始，讓學生從科學記號中，找出位數的關係。

念澄清

若 $a \times 10^n$ ，
 $n < 0$ ，
則為正數。

- ① 9.7063×10^7 是幾位數？
② 7.36×10^{-5} 小數點後連續出現幾個 0？7 出現在小數點後第幾位？

解

$$\begin{aligned} \text{① } 9.7063 \times 10^7 &= 9.7063 \times 10000000 \\ &= 97063000, \end{aligned}$$

故 9.7063×10^7 是一個 8 位數。

$$\begin{aligned} \text{② } 7.36 \times 10^{-5} &= 7.36 \times 0.00001 \\ &= 0.0000736, \end{aligned}$$

故小數點後連續出現 4 個 0，

且同時 7 出現在小數點後第 5 位。

$$\begin{aligned} &9 \quad 7 \quad 0 \quad 6 \quad 3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \\ &\text{小數點往前 7 位} \\ &= 9.7063 \times 10^7 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} &0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 7 \quad 3 \quad 6 \\ &\text{小數點往後 5 位} \\ &= 7.36 \times 10^{-5} \end{aligned}$$



隨堂練習

- ① 8.34×10^6 是幾位數？

$$8.34 \times 10^6 = 8.34 \times 1000000 = 8340000, \quad 8.34 \times 10^6 \text{ 是 7 位數。}$$

- ② 5.28×10^{-9} 小數點後連續出現幾個 0？5 出現在小數點後第幾位？

$$5.28 \times 10^{-9} = 5.28 \times 0.000000001 = 0.00000000528,$$

小數點後連續出現 8 個 0，

5 出現在小數點後第 9 位。

由例題 6 與隨堂練習，我們可以知道：

若 $1 \leq a < 10$ ， n 為正整數：

- ① 科學記號 $a \times 10^n$ 展開後，整數部分為 $(n+1)$ 位數。
- ② 科學記號 $a \times 10^{-n}$ 展開後，小數點後第 n 位開始出現不為 0 的數字。

我們也可以利用例題 6 的位數判斷來比較 2 個科學記號數的大小。

例 7 比較兩個科學記號的大小 (I)

比較下列各題中兩數的大小：

(1) 3.83×10^6 與 7.2×10^6

(2) 5.6×10^7 與 3.2×10^8

解

(1) 因為 3.83×10^6 與 7.2×10^6 有相同的位數，

且 $3.83 < 7.2$ ，

因此 $3.83 \times 10^6 < 7.2 \times 10^6$ 。

(2) 因為 $3.2 \times 10^8 = 3.2 \times 10 \times 10^7 = 32 \times 10^7$

而 $32 > 5.6$ ，

所以 $3.2 \times 10^8 > 5.6 \times 10^7$ 。

(2) 解 2：

因為 5.6×10^7 為 8 位數，

3.2×10^8 為 9 位數，

因此 $5.6 \times 10^7 < 3.2 \times 10^8$



隨堂練習

比較 7×10^8 與 5×10^9 兩數的大小。

7×10^8 為 9 位數 (700000000)

5×10^9 為 10 位數 (5000000000)

所以 $7 \times 10^8 < 5 \times 10^9$

另解： $5 \times 10^9 = 50 \times 10^8$

而 $7 < 50$ ，

所以 $7 \times 10^8 < 5 \times 10^9$ 。

例8 比較兩個科學記號的大小 (II)

比較下列各題中兩數的大小：

(1) 5.63×10^{-8} 與 4.9×10^{-8}

(2) 6.6×10^{-6} 與 8.7×10^{-7}

解

(1) 因為 5.63×10^{-8} 與 4.9×10^{-8}
同樣皆在小數點後第 8 位才出現不為 0 的數，
且 $5.63 > 4.9$ ，
因此 $5.63 \times 10^{-8} > 4.9 \times 10^{-8}$ 。

(2) $6.6 \times 10^{-6} = 6.6 \times 10 \times 10^{-7} = 66 \times 10^{-7}$
因為 $66 > 8.7$ ，
所以 $6.6 \times 10^{-6} > 8.7 \times 10^{-7}$ 。

(2) 解 2：

因為 6.6×10^{-6} 小數點後第 6 位
才出現不為 0 的數字 6，
而 8.7×10^{-7} 小數點
後第 7 位才出現不
為 0 的數字 8，因此
 $6.6 \times 10^{-6} > 8.7 \times 10^{-7}$



隨堂練習

比較 3.1×10^{-6} 與 4.7×10^{-6} 兩數的大小。

因為 $3.1 < 4.7$

所以 $3.1 \times 10^{-6} < 4.7 \times 10^{-6}$

由例題 7 與例題 8 可知：

當比較兩個科學記號 $a \times 10^m$ 與 $b \times 10^n$ 的大小時，

可以直接比較 10 的次方 m 與 n 的大小，即

- ① 若 $m=n$ ，且 $a > b$ ，則 $a \times 10^m > b \times 10^n$ ，例如： $7.2 \times 10^6 > 3.83 \times 10^6$ 。
- ② 若 $m > n$ ，則 $a \times 10^m > b \times 10^n$ ，例如： $6.6 \times 10^{-6} > 8.7 \times 10^{-7}$ ($-6 > -7$)。