

$$\begin{array}{rrrr} & -3x^2 & 0 & -2 \\ \times & 5x^3 & 0 & +4x & -7 \\ \hline & & +21x^2 & 0 & +14 \\ & -12x^3 & 0 & -8x & \\ 0 & -10x^3 & & & \\ \hline & -22x^3 & +21x^2 & -8x & +14 \end{array}$$

4 · 某些多項式乘法可利用公式求解：

例 4：展開 $(x+5)^2$, $(x-8)(x-8)$, $(2x+1)(2x-1)$

解： $(x+5)^2$ 可利用公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 求解 $a \rightarrow x, b \rightarrow 5$ 得 $(x+5)^2=x^2+2 \times x \times 5+5^2=x^2+10x+25$

$(x-8)(x-8)$ 用公式 $(a-b)(a-b)=a^2-2ab+b^2$ 求解 $a \rightarrow x, b \rightarrow 8$ 得 $(x-8)(x-8)=x^2-2 \times x \times 8+8^2=x^2-16x+64$

$(2x+1)(2x-1)$ 用公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 求解 $a \rightarrow 2x, b \rightarrow 1$ 得 $(2x+1)(2x-1)=(2x)^2-1^2=4x^2-1$

5 · 用拼圖說明簡單的多項式乘法：

如右圖 1-16 為長 $x+3$ 、寬 $x+2$ 的矩形，

矩形面積=長 $\times$ 寬= $(x+3)(x+2)$

=各小矩形相加= $x^2+x+x+x+x+1+1+1+1+1+1=x^2+5x+6$

$\therefore$ 矩形面積= $(x+3)(x+2)=x^2+5x+6$

		x	1	1	1
x	x^2	x	x	x	
1	x	1	1	1	
1	x	1	1	1	

圖 1-16

二 · 多項式除法：

1 · 單項 $\div$ 單項：係數 $\div$ 係數，文字符號 $\div$ 文字符號，再將係數寫在文字符號前面。

例 1： $3x^2 \div x = \frac{3x^2}{x} = 3x$ ， $-12x^7 \div 27x^3 = \frac{-12x^7}{27x^3} = -\frac{4}{9}x^4$

2 · 多項 $\div$ 單項或多項 $\div$ 多項：利用直式除法(或稱長除法)

例 2： $(x^2+4x+4) \div (x-1)$

解：

長除法；

$$\begin{array}{r}
 \text{商} \quad x+6 \quad < \text{-----} \\
 \text{除式} \text{----} > \quad x-1 \quad \overline{) \quad x^2 + 5x + 3} \quad < \text{-----} \quad \text{被除式} \\
 \underline{x^2 - x} & \\
 6x + 3 & \\
 \underline{6x - 6} & \\
 9 & < \text{-----} \quad \text{餘式}
 \end{array}$$

3 · 被除式=商式 $\times$ 除式+餘式

例 3：上例中依計算結果可寫成： $(x^2+4x+4)=(x+6)(x-1)+9$

4 · 若餘式為 0，則稱「除式」可以整除「被除式」。

5 · 被除式如果缺項要補「+0」

例 4： $(4x^2-1) \div (2x+1)$

解：

$$\begin{array}{r}
 \text{商} \quad 2x - 1 \quad < \text{-----} \\
 \text{除式} \text{----} > \quad 2x+1 \quad \overline{) \quad 4x^2 + 0 - 1} \quad < \text{-----} \quad \text{被除式} \\
 \underline{4x^2 + 2x} & \\
 -2x - 1 & \\
 \underline{-2x - 1} & \\
 0 & < \text{-----} \quad \text{餘式}
 \end{array}$$

6 · 餘式不一定只剩常數項也有可能含有 x 的多項式

例 5： $(4x^3+x+2) \div (2x^2-1)$

解：

$$\begin{array}{r}
 2x \\
 2x^2-1 \quad \overline{) \quad 4x^3 + 0 + x + 2} \\
 \underline{4x^3 \quad - 2x} \\
 3x + 2
 \end{array}$$