

3

一元一次方程式

3-1 式子的運算

1 以符號代表數

· 國小 5 年級
以符號表示公式

2 式子的值

3 式子的化簡

· 國中 1 上 1-2
正負數的加減
· 國中 1 上 1-3
正負數的乘除

3-2 解一元一次方程式

1 認識一元一次方程式

2 等量公理與移項法則

· 國小 6 年級
數量關係的表示與解題

3-3 應用問題

· 國小 6 年級
數量關係、解題



學習前哨站

本單元為學生自我複習，
教師可視班級情況決定如何運用。



▶ 回顧 1 去括號

$$1. 4 - (3 + 2) = 4 - 3 - 2$$

↑ ↑ ↑
去括號後要變號

$$2. (-12) - (7 - 8) = -12 - 7 + 8$$

↑ ↑ ↑
去括號後要變號

▶ 課前練習

在 □ 內填入「+」或「-」：

$$(1) (-5) - (4 - 6) = (-5) \square 4 \square 6。$$

$$(2) 13 - (-2 + 5) = 13 \square 2 \square 5。$$

▶ 回顧 2 乘法對加減法的分配律

$$\begin{aligned} & \overset{\curvearrowright}{25 \times (100 + 1)} \\ &= 25 \times 100 + 25 \times 1 \\ &= 2500 + 25 \\ &= 2525 \end{aligned}$$

▶ 課前練習

計算下列各式：

$$(1) 16 \times (1000 + 3) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) 37 \times (100 - 2) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

▶ 回顧 3 求未知數的值

$$1. \text{甲} + 2.5 = 6, \text{則甲} = 6 - 2.5 = 3.5。$$

$$2. \text{乙} \div 3 = \frac{3}{2}, \text{則乙} = \frac{3}{2} \times 3 = \frac{9}{2}。$$

▶ 課前練習

計算下列各式：

$$(1) \square \times 2 = 100, \square = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$(2) \triangle - 5 = 20, \triangle = \underline{\hspace{2cm}}。$$

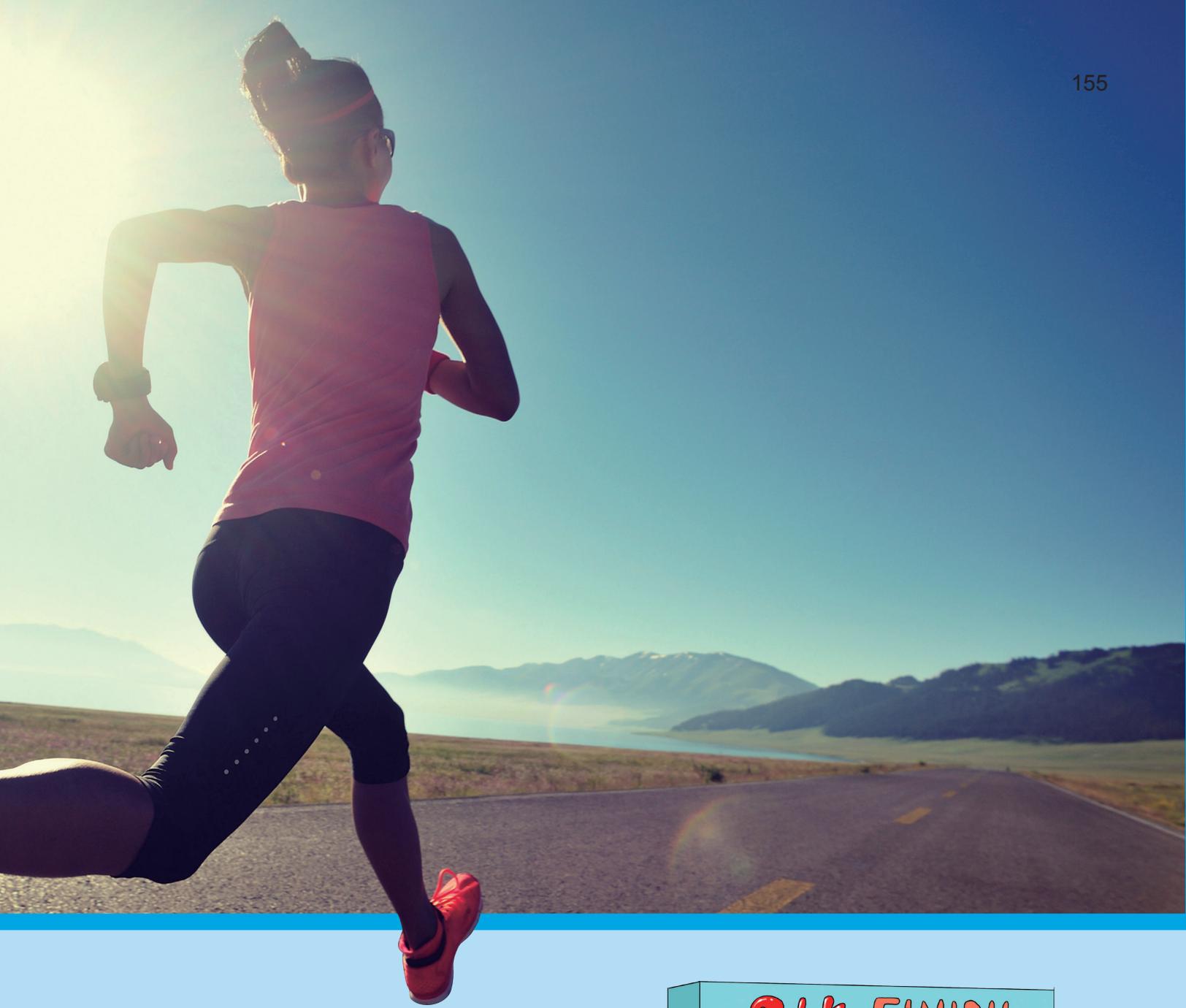
章前介紹

生活中常遇到一些問題需要用數學協助解決，從下圖漫畫中的資訊，你能知道洛基一開始以每小時 10 公里的速率跑了多少公里嗎？

本章將介紹一元一次方程式，透過符號代表未知數量的方式，學習式子的化簡與求解方程式，來協助解決生活中的數學問題。

健體





3-1 式子的運算

1 以符號代表數

國小時曾經學過用「□、△、○」、「甲、乙、丙」等文字或符號代表未知的數並記錄問題，再以算式填充題的方式解題。後來又以英文字母 x 、 y 、 z 等代表未知的數。例如：

- (1) 長方形的寬 x 公分，長比寬多 5 公分，則長就是 $(x+5)$ 公分。
- (2) 弟弟比哥哥小 2 歲，如果哥哥今年是 x 歲，則弟弟今年就是 $(x-2)$ 歲。
- (3) 演唱會門票一張 1500 元，買 x 張要 $(1500 \times x)$ 元。
- (4) 心凌買 3 支熱狗共用了 y 元，則每支熱狗的價格是 $(y \div 3)$ 元。

像 $x+5$ 、 $x-2$ 、 $1500 \times x$ 、 $y \div 3$ 等，由文字和數字組成的算式，稱為**代數式**。

符號的簡記

自評 P172 第 1 題

因為乘號「 \times 」與英文字母「 x 」在書寫時容易混淆，所以在列式時，常將乘號「 \times 」改寫成「 \cdot 」，或省略不寫，並把數字寫在英文字母的左方。例如：

$x \times 15$	或 $15 \times x$	簡記成 $15x$	$15 \times x$ 可以寫成 $15 \cdot x = 15x$ ， 即 x 的 15 倍。
$x \times 1.5$	或 $1.5 \times x$	簡記成 $1.5x$	
$x \times (-6)$	或 $(-6) \times x$	簡記成 $-6x$	
$x \times \frac{4}{7}$	或 $\frac{4}{7} \times x$	簡記成 $\frac{4}{7}x$ 或 $\frac{4x}{7}$	

$1 \times x$ 依照「 \times 」號省略的約定，應簡記成 $1x$ ，但因為 1 和任意數的乘積就是該數本身，所以可將 $1 \times x$ 簡記成 x ，同樣地， $(-1) \times x$ 簡記成 $-x$ 。

例 1 符號的簡記(乘法)

自評 P172 第 2 題

簡記下列各式：

(1) $3 \times x$

(2) $(-4) \times x$

(3) $x \times \frac{5}{3}$

解 (1) $3 \times x$
 $= 3x$

(2) $(-4) \times x$
 $= -4x$

(3) $x \times \frac{5}{3}$
 $= \frac{5}{3} \times x$
 $= \frac{5}{3}x$ (或 $\frac{5x}{3}$)

除以一個不為 0 的數就是乘以該數的倒數，例如：

(1) $x \div 4$ 可以寫成 $x \times \frac{1}{4}$ ，也就是說

$$\begin{aligned} x \div 4 \\ &= x \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{1}{4}x \text{ 或 } \frac{x}{4} \end{aligned}$$

(2) $x \div (-\frac{2}{3})$

$$\begin{aligned} &= x \times (-\frac{3}{2}) \\ &= (-\frac{3}{2}) \cdot x \\ &= -\frac{3}{2}x \end{aligned}$$



$-\frac{3}{2}x$ 寫成

$\frac{-3}{2}x$ 或 $\frac{-3x}{2}$

都是很常見的寫法。

隨堂練習

簡記下列各式：

(1) $(-3.5) \times a =$ _____

(2) $y \times (-\frac{2}{3}) =$ _____

(3) $x \div (-6) =$ _____

(4) $y \div (-\frac{5}{3}) =$ _____

例 2 簡記含加、減的式子

自評 P172 第 2 題

簡記下列各式：

(1) $x \times 3 + 2$

(2) $x \div \left(-\frac{5}{3}\right) - 1$

解 (1) 因為 $x \times 3$ 簡記成 $3x$ ，
所以 $x \times 3 + 2 = 3x + 2$ 。

$$\begin{aligned} (2) \quad & x \div \left(-\frac{5}{3}\right) - 1 \\ & = x \times \left(-\frac{3}{5}\right) - 1 \\ & = -\frac{3}{5}x - 1 \end{aligned}$$

隨堂練習

簡記下列各式：

$$\begin{aligned} (1) \quad & x \cdot (-5) - 2 \\ & = \underline{\hspace{2cm}}。 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & x \div (-3) + 4 \\ & = \underline{\hspace{2cm}}。 \end{aligned}$$

以符號列式

學會了簡記的方式後，如果要以文字符號列式表達數量關係，就可以直接用簡記的形式列出式子。

文字敘述	式子
x 減 8	$x - 8$
x 的 5 倍	$5x$
比 x 大 5 的數	$x + 5$
比 x 的 6 倍多 7 的數	$6x + 7$
比 x 的一半少 3 的數	$\frac{1}{2}x - 3$

例 3 以符號代表數

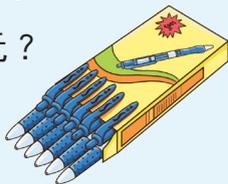
自評 P172 第 3、4 題

1. 已知原子筆每打 x 元，則：

(1) 5 打原子筆多少元？

(2) 每枝原子筆多少元？

(一打有 12 枝)



2. 志聰的年齡比勇年大 2 歲，則：

(1) 如果以 x 表示勇年的歲數，

則志聰多少歲？

(2) 如果以 y 表示志聰的歲數，

則勇年多少歲？

解

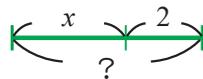
1. (1) 一打原子筆 x 元，

則 5 打為 $x \times 5 = 5x$ (元)。

(2) 一打原子筆有 12 枝，

所以每枝為 $x \div 12 = \frac{x}{12}$ (元)。

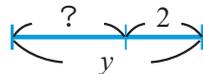
2. (1) 志聰比勇年大 2 歲，



所以勇年 x 歲時，

志聰為 $(x+2)$ 歲。

(2) 志聰比勇年大 2 歲，



即勇年比志聰小 2 歲，

所以志聰 y 歲時，

勇年為 $(y-2)$ 歲。

隨堂練習

1. 如右圖，如果用 x 表示繳交的人數，

則書銘收到_____元。

生活科技課材料費，
每人交 50 元給書銘。

2. 水果一箱 a 元，8 人均分一箱，則每人要分攤_____元。

3. 已知姐姐繳交的學費比弟弟多 200 元，則：

(1) 如果姐姐的學費為 x 元，則弟弟的學費為_____元。

(2) 如果弟弟的學費為 y 元，則姐姐的學費為_____元。

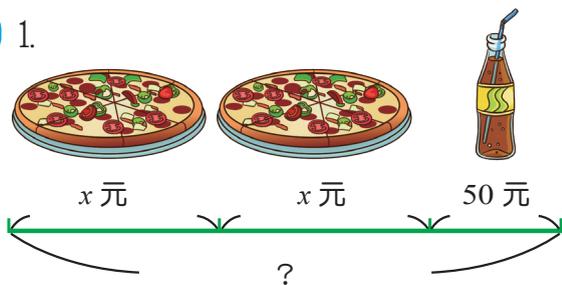
例 4 以符號列式

自評 P172 第 3、4 題

1. 媽媽買了 2 個披薩及 1 瓶汽水，如果一個披薩 x 元，一瓶汽水 50 元，則媽媽共花了多少元？

解

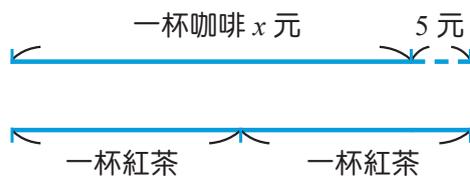
1.



因為一個披薩 x 元，
 所以 2 個披薩要 $2x$ 元，
 因此媽媽共花了 $(2x + 50)$ 元。

2. 一杯咖啡的價錢是一杯紅茶的 2 倍少 5 元，如果一杯咖啡 x 元，則一杯紅茶多少元？

2.



由上圖可知，

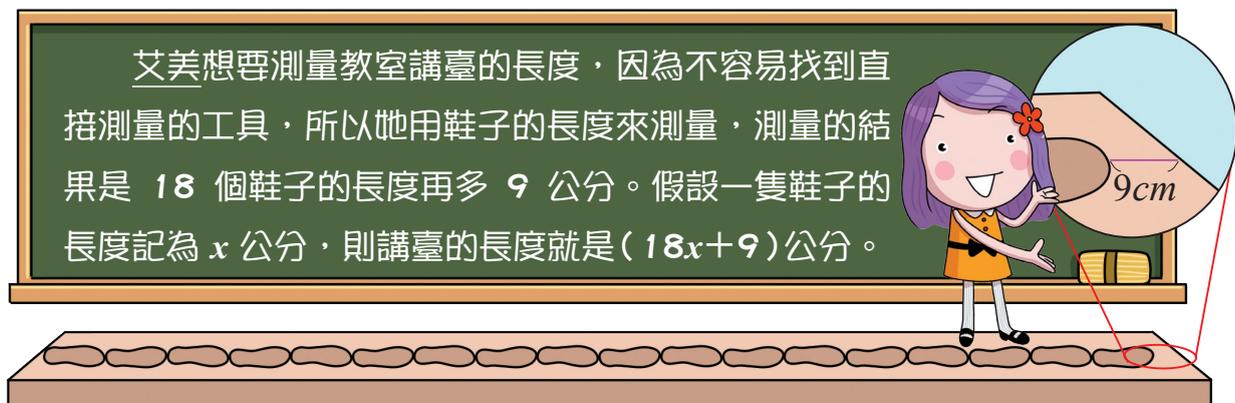
一杯紅茶的價錢為 $\frac{x+5}{2}$ 元。

▶ 隨堂練習

1. 已知父親的體重是兒子體重的 3 倍多 2 公斤，如果兒子的體重為 x 公斤，則父親的體重是 _____ 公斤。

2. 小均 買了 3 個雞塊及 1 杯 30 元的可樂，共花了 x 元，則每個雞塊是 _____ 元。

2 式子的值



在上例中，式子 $18x+9$ 的值是由 x 的值所決定。例如：如果一隻鞋子的實際長度為 25 公分，也就是 $x=25$ ，則艾美就可算出講臺的長度為 $18 \times 25 + 9 = 459$ (公分)。也就是說，當 $x=25$ 時， $18x+9$ 這個式子的值為 459。此例中，講臺的長度是以 $18x+9$ 表示，當 x 的值確定後， $18x+9$ 的值也會確定。

例 5 求式子的值

自評 P173 第 5 題

計算下列各式的值：

(1) 如果 $x=5$ ，則 $3x-8=$ _____。

(2) 如果 $x=-3$ ，則 $-3-7x=$ _____。

解 (1) 如果 $x=5$ ，

$$\begin{aligned} \text{則 } 3x-8 &= 3 \times 5 - 8 \\ &= 15 - 8 \\ &= 7 \end{aligned}$$

(2) 如果 $x=-3$ ，

$$\begin{aligned} \text{則 } -3-7x &= -3 - 7 \times (-3) \\ &= -3 - (-21) \\ &= -3 + 21 \\ &= 18 \end{aligned}$$

隨堂練習

計算下列各式的值：

(1) 如果 $x=0$ ，

則 $6x-7=$ _____。

(2) 如果 $x=6$ ，

則 $\frac{x+3}{12}-5=$ _____。

假設搭乘計程車的基本費是 70 元，每跳表 1 次加收 5 元，如果跳表 x 次，則收費 $(70+5x)$ 元。

跳表次數	1	2	8	10
收費(元)	$70+5x$ $=70+5\times 1$ $=75$	$70+5x$ $=70+5\times 2$ $=80$	$70+5x$ $=70+5\times 8$ $=110$	$70+5x$ $=70+5\times 10$ $=120$

由上例可以觀察到： $70+5x$ 所代表的值，會隨著 x 值的不同，而有所改變。

例 6 求一個式子不同的值

自評 P173 第 5 題

當 x 分別為 2、0、-1、 $-\frac{5}{3}$ 時，式子 $3x+4$ 的值各是多少？

解 $x=2$ ，則 $3x+4=3\times 2+4=10$

$x=0$ ，則 $3x+4=3\times 0+4=4$

$x=-1$ ，則 $3x+4=3\times(-1)+4=1$

$x=-\frac{5}{3}$ ，則 $3x+4=3\times(-\frac{5}{3})+4=-1$

隨堂練習

在下表的空格中，填入各式子所代表的值。

式子 \ x	2	-3	$-\frac{1}{7}$
$5-7x$			6
$-8+3x$			



當 $x=-\frac{1}{7}$ 時，
 $5-7\times(-\frac{1}{7})=6$ 。

3 式子的化簡

學習式子的化簡之前，應先熟悉下列常用的名詞：

(1) 一元一次式：

式子中只含有一種代表數的文字符號（一元），且該文字符號的最高次方為一次方，這樣的式子稱為**一元一次式**。

例如： $5a$ 、 $-3x+2$ 、 $-2y-3$ 等，皆是一元一次式。

(2) 項：

一元一次式 $6x-5$ 可看成 $6x+(-5)$ ，其中 $6x$ 與 -5 以「+」號連結，是一元一次式 $6x-5$ 的**項**。 $6x-5$ 共有兩項，分別是 $6x$ 和 -5 ，其中 -5 是**常數項**。

(3) 同類項：

文字符號相同，次方也相同的項，稱為**同類項**。

例如： $6x$ 和 $-2x$ 是同類項， 3 和 -5 是同類項，而 $2x$ 和 $3y$ 不是同類項。

(4) 係數：

在各項中，文字符號前的數稱為該項的**係數**。

例如： $6x$ 的係數是 6 ， $-2x$ 的係數是 -2 ， x 的係數是 1 ， $-x$ 的係數是 -1 。

在數學的使用上，當文字符號代表數的時候，可以將它視為數來做運算，並有相同的運算規則。

例如：筆記本每本 x 元，阿福買 2 本需 $2x$ 元，小美買 3 本需 $3x$ 元，兩個人共買 5 本筆記本，所以一共需要 $5x$ 元，也就是 $2x+3x=5x$ 。



也可以利用分配律 $a \times c + b \times c = (a+b) \times c$ 來化簡 $2x+3x$ ，

即 $2x+3x=2 \times x+3 \times x$

$$= (2+3) \times x$$

$$= 5x$$

例 7 同類項的加減

化簡下列各式：

$$(1) -15x + 9x$$

$$(2) 7x - (-5x)$$

解 (1) $-15x + 9x$
 $= [(-15) + 9]x$
 $= -6x$

(2) $7x - (-5x)$
 $= 7x + 5x$
 $= (7 + 5)x$
 $= 12x$

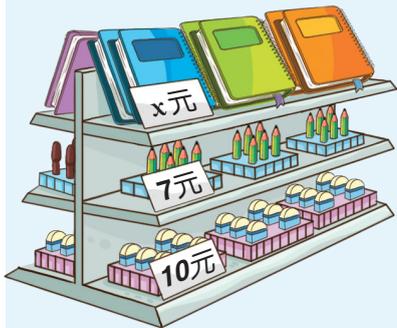
隨堂練習

化簡下列各式：

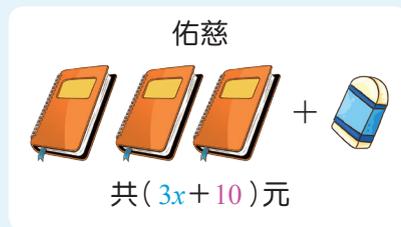
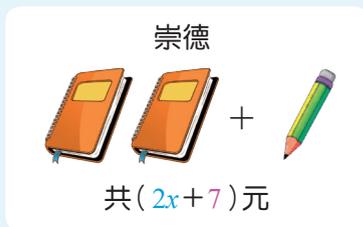
$$(1) -x + (-2x)$$

$$(2) x - 3x$$

$$(3) -8x - (-7x)$$



如果式子中有兩種不同類型的同類項，該如何化簡呢？



已知 1 本筆記本 x 元，兩人共買了 5 本筆記本 ($5x$ 元)、1 枝鉛筆 (7 元) 和 1 個橡皮擦 (10 元)，所以總共需要 $(5x + 17)$ 元。

由上面的例子可以發現 $(2x + 7) + (3x + 10)$ 與 $5x + 17$ 是相等的。也就是說：

$$\begin{aligned} (2x + 7) + (3x + 10) &= 2x + 7 + 3x + 10 && \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{加法交換律} \\ &= 2x + 3x + 7 + 10 && \left. \right\} \text{合併同類項} \\ &= (2x + 3x) + (7 + 10) \\ &= 5x + 17 \end{aligned}$$

在一元一次式 $(2x+7) + (3x+10)$ 化簡的過程中， $2x$ 和 $3x$ 是同類項， 7 和 10 是同類項。在做式子的加減運算時，只有同類項才能合併。

因為 $5x$ 和 17 不是同類項，所以化簡至 $5x+17$ 時，就無法再合併。

例 8 加、減式子的化簡

自評 P173 第 6 題 (1)

化簡下列各式：

(1) $6x+3-2x-5$

(2) $-3y-4-y+1$

解 (1) $6x+3-2x-5$
 $=6x+3+(-2x)+(-5)$
 $=6x+(-2x)+3+(-5)$
 $=4x+(-2)$
 $=4x-2$

(2) $-3y-4-y+1$
 $=(-3y)+(-4)+(-y)+1$
 $=(-3y)+(-y)+(-4)+1$
 $=-4y-3$



$3-2x$ 也可以想成
 $3+(-2x)$ 。

同類項才能合併。



隨堂練習

化簡下列各式：

(1) $5x-19+6x+7$

(2) $2y-5-7y+11$

乘法交換律與乘法結合律也可以應用於式子的運算。例如：

$$\begin{aligned}
 8x \times 5 &= 5 \times 8x \quad \leftarrow \text{乘法交換律 } a \times b = b \times a \\
 &= 5 \times (8 \times x) \\
 &= (5 \times 8) \times x \quad \leftarrow \text{乘法結合律 } a \times (b \times c) = (a \times b) \times c \\
 &= 40x
 \end{aligned}$$

例 9 乘、除式子的化簡

化簡下列各式：

(1) $(-8) \times 2x$

(2) $(-8x) \div \left(-\frac{3}{5}\right)$

解 (1) $(-8) \times 2x$
 $= [(-8) \times 2] \times x$
 $= -16 \times x$
 $= -16x$

(2) $(-8x) \div \left(-\frac{3}{5}\right)$
 $= (-8x) \times \left(-\frac{5}{3}\right)$
 $= [(-8) \times \left(-\frac{5}{3}\right)] \times x$
 $= \frac{40}{3}x$

隨堂練習

化簡下列各式：

(1) $8x \times \left(-\frac{3}{2}\right)$

(2) $\frac{9}{7}x \div \left(-\frac{3}{49}\right)$

(3) $(-18x) \div (-5)$

含文字符號式子的去括號方法，與第 1 章所學的正負數去括號方法相同。

去括號

$$1. -(ax+b) = -ax-b$$

$$2. -(ax-b) = -ax+b$$

$$3. -(-ax+b) = ax-b$$

$$4. -(-ax-b) = ax+b$$

例 10 去括號

自評 P173 第 6 題 (2)~(4)

化簡下列各式：

$$(1) -(3x-5)$$

$$(2) -(-5x+3)$$

解 (1) $-(3x-5)$
 $= -3x+5$

(2) $-(-5x+3)$
 $= 5x-3$

隨堂練習

化簡下列各式：

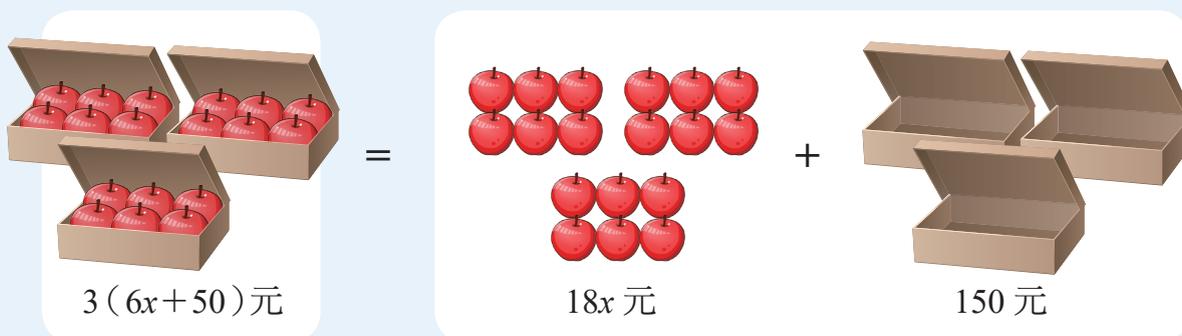
$$(1) -(2x+1)$$

$$(2) -(-3x-8)$$

在式子的運算中，常運用分配律的概念，學習如何去括號。例如：若每個 x 元的蘋果 6 個，裝入每個 50 元的紙盒內，則每盒蘋果的價錢為 $(6x+50)$ 元。



3 盒蘋果的價錢可記為 $3(6x+50)$ 元，也可以想成共有 18 個蘋果及 3 個紙盒，所以 3 盒蘋果的價錢也可以記成 $(18x+150)$ 元。



因此，可以發現 $3(6x+50)$ 與 $18x+150$ 是相等的。

也就是說， $3(6x+50) = 3 \times 6x + 3 \times 50$ ← 分配律 $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$
 $= 18x + 150$

例 11 分配律

自評 P173 第 6 題 (2)~(4)

利用分配律，展開下列各式：

(1) $2(-4x+3)$

解 (1) $2(-4x+3)$
 $= 2 \times (-4x) + 2 \times 3$
 $= -8x + 6$

(2) $-3(x-2)$

(2) $-3(x-2)$
 $= (-3) \times x - (-3) \times 2$
 $= -3x - (-6)$
 $= -3x + 6$

▶ 隨堂練習

利用分配律，展開下列各式：

(1) $5(-3x+6)$

(2) $-2(3x-4)$

例 12 含有括號的化簡

自評 P173 第 6 題 (2)~(4)

化簡下列各式：

(1) $(2x+3) + (-4x+8)$

解 (1) $(2x+3) + (-4x+8)$
 $= 2x+3-4x+8$
 $= 2x-4x+3+8$
 $= -2x+11$

(2) $(-3x+1) - 2(5x-1)$

(2) $(-3x+1) - 2(5x-1)$
 $= (-3x+1) - (10x-2)$
 $= -3x+1-10x+2$
 $= -3x-10x+1+2$
 $= -13x+3$

灰色部分在熟練
以後，可省略。



▶ 隨堂練習

化簡下列各式：

(1) $(x+4) + (3x-2)$

(2) $-(7x+5) - 3(x-2)$

例 13 式子的化簡

自評 P173 第 6 題 (5)、(6)

化簡下列各式：

(1) $\frac{2}{3}x + \frac{3}{5} - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

解 (1) $\frac{2}{3}x + \frac{3}{5} - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$
 $= (\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}x) + (\frac{3}{5} - \frac{3}{4})$
 $= \frac{4x - 3x}{6} + \frac{12 - 15}{20}$
 $= \frac{1}{6}x - \frac{3}{20}$

(2) $\frac{3x-1}{2} - \frac{2x+5}{3}$

(2) $\frac{3x-1}{2} - \frac{2x+5}{3}$
 $= \frac{(3x-1)}{2} - \frac{(2x+5)}{3}$
 $= \frac{3(3x-1)}{2 \times 3} - \frac{2(2x+5)}{3 \times 2}$
 $= \frac{(9x-3) - (4x+10)}{6}$
 $= \frac{9x-3-4x-10}{6}$
 $= \frac{5x-13}{6} \text{ (或 } \frac{5}{6}x - \frac{13}{6} \text{)}$

要記得加括號才不會算錯哦！



隨堂練習

化簡下列各式：

(1) $\frac{1}{4}x - \frac{3}{5} + \frac{1}{3}x + \frac{3}{2}$

(2) $2x - \frac{x-6}{3}$



重點回顧

3-1

1 符號的簡記

列式時，可將數字和文字符號中間的乘號「 \times 」寫成「 \cdot 」，或省略不寫，並把數字寫在文字符號的左方。

例 $x \cdot (-8)$ 可以簡記為 $-8x$ 。

2 一元一次式

如果一個式子只含有一種代表數的文字符號，且該文字符號的最高次方為一次方，則這樣的式子稱為一元一次式。

例 $3a$ 、 $-2x+5$ 、 $y-3$ 等，皆為一元一次式。

3 乘法的交換律與結合律

式子的乘除運算，可以利用乘法交換律或乘法結合律化簡。

(1) 乘法交換律： $a \times b = b \times a$

(2) 乘法結合律： $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

例 $4x \times 3 = 3 \times 4x$ (乘法交換律)
 $= (3 \times 4) \times x$ (乘法結合律)
 $= 12x$

4 同類項

(1) 文字符號相同，次方也相同的項，稱為同類項。

例 $2x$ 和 $3x$ 是同類項， 7 和 -2 是同類項，而 $2x$ 和 $3y$ 不是同類項。

(2) 在做式子的加減運算時，須掌握同類項才能合併的方法。

例 $2x + 3x = 5x$

5 分配律

含括號的式子，可以利用分配律 $c \times (a + b) = c \times a + c \times b$ 運算。

例 $-2(3x + 1) = (-2) \times 3x + (-2) \times 1$
 $= -6x - 2$



自我評量

3-1

可搭配 P228 迷思逃脫

① 下列哪些式子所代表的數與 $4x$ 是一樣的，在 \square 中打「 \checkmark 」。

課 P156 課文

$4+x$

$x \div \frac{1}{4}$

$4 \times x$

$x \times x \times x \times x$

$x \times 4$

$5x-1$

$4 \div x$

$x+x+x+x$

② 簡記下列各式：

課 P157、158 例 1、2

(1) $x \times (-\frac{1}{2}) =$ _____

(2) $x \times (-4) - 5 =$ _____

(3) $x \div (-\frac{5}{2}) =$ _____

(4) $x \times (-\frac{4}{5}) + 8 =$ _____

③ 豆花每碗 x 元，佩珊買了 6 碗，一共需要 _____ 元。佩珊付了 200 元給老闆，應找回 _____ 元。

課 P159、160 例 3、4

④ 將一箱柳丁平分給 x 位同學，每人得 3 個，最後還剩 10 個，則這箱柳丁共有 _____ 個。

課 P159、160 例 3、4

5 在下表的空格中，填入各式子所代表的值。

課 P161、162 例 5、6

式子 \ x	-1	0	$\frac{1}{2}$
$6x-4$			
$-5x+1$			

6 化簡下列各式：

(1) $7x-5+4x+2$

課 P165 例 8

(2) $2(x+3)+4(x-1)$

課 P167~169
例 10~12

(3) $3(2x+1)-(x+2)$

課 P167~169
例 10~12

(4) $-5(-2x+3)-3(4x-5)$

課 P167~169
例 10~12

(5) $\frac{1}{4}(3x-2)-(2x+4)$

課 P170 例 13

(6) $\frac{2x-1}{5}-\frac{x+2}{2}$

課 P170 例 13

3-2 解一元一次方程式

1 認識一元一次方程式

▶ 一元一次方程式的意義



假設買了 x 包洋芋片，則 x 包洋芋片共 $45x$ 元；加上 1 個塑膠袋 2 元，所以總共花了 $(45x+2)$ 元。又由漫畫中可知總共花了 137 元，所以 $45x+2$ 和 137 是相等的，因此 $45x+2=137$ 。

在上面的式子 $45x+2=137$ 中，不知道 x 所代表的數是多少，這時稱 x 為未知數，這種含有未知數的等式稱為方程式，而只含一種未知數(一元)，且未知數的最高次方是一次的等式，稱為一元一次方程式。

將下列的敘述列出一元一次方程式，如下表：

自評 P188 第 1 題

文字敘述	一元一次方程式
x 減 8 是 10	$x-8=10$
x 的 5 倍等於 35	$5x=35$
比 x 大 5 的數是 3	$x+5=3$
比 x 的 6 倍多 7 的數是 37	$6x+7=37$
比 x 的一半少 3 的數是 21	$\frac{1}{2}x-3=21$

▶ 一元一次方程式的解

依據題意列出一元一次方程式後，接著就是要找出這個方程式中，未知數所代表的數。例如：在前頁中，洋芋片 1 包 45 元，

買 1 包洋芋片共花費
 $45 \times 1 + 2 = 47$ (元)

買 2 包洋芋片共花費
 $45 \times 2 + 2 = 92$ (元)

買 3 包洋芋片共花費
 $45 \times 3 + 2 = 137$ (元)

買 3 包洋芋片及 1 個 2 元的塑膠袋，也就是當 $x=3$ 時，可使得一元一次方程式 $45x+2=137$ 等號左右兩邊的數值相等，就稱 $x=3$ 是此方程式的解。也就是說，將一個數代入一元一次方程式後，能使等號左右兩邊的數值相等，稱這個數為此一元一次方程式的解。

例 1 解的檢驗

自評 P188 第 2 題

12、15、18 三個數中，何者為一元一次方程式 $4x+80=8x+20$ 的解？

解 將各數分別代入方程式 $4x+80=8x+20$ ，檢驗等號是否成立：

x	左式： $4x+80$	右式： $8x+20$	左右兩式是否相等
12	$4 \times 12 + 80 = 128$	$8 \times 12 + 20 = 116$	否
15	$4 \times 15 + 80 = 140$	$8 \times 15 + 20 = 140$	是
18	$4 \times 18 + 80 = 152$	$8 \times 18 + 20 = 164$	否

所以 $x=15$ 是一元一次方程式 $4x+80=8x+20$ 的解。

▶ 隨堂練習

將 x 分別以 1、2、3、4 代入一元一次方程式 $3x+8=20$ 逐一檢驗，何者為這個一元一次方程式的解？

2 等量公理與移項法則

利用數值逐一代入方程式，不易求解。接下來介紹的等量公理，可以有效的求出一元一次方程式的解。

一、等量公理(加法)

在天平的左右兩邊，分別放上糖果(每顆 x 公克)與砝碼(每個 5 公克)，天平剛好平衡。



$$x + 5 = 15$$

在天平的左右兩邊，各加上 1 個 5 公克的砝碼，則天平仍然保持平衡，也就是在等號左右兩邊同加一個數，等號仍會成立。



$$x + 5 + 5 = 15 + 5$$

二、等量公理(減法)

在天平的左右兩邊，分別放上糖果(每顆 x 公克)與砝碼(每個 5 公克)，天平剛好平衡。



$$x + 5 = 15$$

在天平的左右兩邊，各拿走 1 個 5 公克的砝碼，則天平仍然保持平衡，也就是在等號左右兩邊同減一個數，等號仍會成立。



$$x + 5 - 5 = 15 - 5$$

三、等量公理(乘法)

在天平的左右兩邊，分別放上果汁(每瓶 y 公克)與砝碼(每個 5 公克)，天平剛好平衡。



$$2y = 30$$

如果將天平左右兩邊的數量變成原來的 2 倍，則天平仍然保持平衡，也就是在等號左右兩邊同乘以一個數，等號仍會成立。



$$2y \times 2 = 30 \times 2$$

四、等量公理(除法)

在天平的左右兩邊，分別放上果汁(每瓶 y 公克)與砝碼(每個 5 公克)，天平剛好平衡。



$$2y = 30$$

將天平左右兩邊的數量減半，則天平仍然保持平衡，也就是在等號左右兩邊同除以一个不為 0 的數，等號仍會成立。



$$2y \div 2 = 30 \div 2$$

雖然以上例子的情境都是正數，但不論正數或負數，等量公理都會成立。

等量公理

如果 $a=b$ ，則

(1) $a+c=b+c$ (2) $a-c=b-c$ (3) $a \times c=b \times c$ (4) $a \div c=b \div c$ (此時 $c \neq 0$)

求一元一次方程式中 x 所代表的數之過程，稱為解一元一次方程式。接下來利用等量公理解方程式，求出解之後，可將解代入原方程式驗算，以確定答案是正確的。

例 2 以等量公理解方程式（加法）

解一元一次方程式 $x - 19 = 25$ 。

解 為了求出 x 的值，須將等號左邊的「 -19 」消去。

$$\begin{array}{l}
 x - 19 = 25 \\
 \begin{array}{c} +19 \quad \leftarrow \\ \leftarrow +19 \end{array} \\
 x - 19 + 19 = 25 + 19 \quad \leftarrow \text{等號兩邊同加 } 19 \\
 x = 25 + 19 \\
 x = 44
 \end{array}$$

驗算

把 $x = 44$ 代入原方程式：
左式 $= x - 19 = 44 - 19 = 25 =$ 右式

例 3 以等量公理解方程式（減法）

解一元一次方程式 $x + 38 = 27$ 。

解 為了求出 x 的值，須將等號左邊的「 38 」消去。

$$\begin{array}{l}
 x + 38 = 27 \\
 \begin{array}{c} -38 \quad \leftarrow \\ \leftarrow -38 \end{array} \\
 x + 38 - 38 = 27 - 38 \quad \leftarrow \text{等號兩邊同減 } 38 \\
 x = 27 - 38 \\
 x = -11
 \end{array}$$

驗算

把 $x = -11$ 代入原方程式：
左式 $= x + 38 = -11 + 38 = 27 =$ 右式

隨堂練習

解下列各一元一次方程式：

$$(1)x+8=-9$$

$$(2)y-6=-7$$

在 **例 2** 中，若將
 $x-19+19=25+19$
 這個步驟省略，可得

$$\begin{array}{l} x-19=25 \\ x=25+19 \\ x=44 \end{array}$$

「-19」移到等號另一邊變成「+19」

在 **例 3** 中，若將
 $x+38-38=27-38$
 這個步驟省略，可得

$$\begin{array}{l} x+38=27 \\ x=27-38 \\ x=-11 \end{array}$$

「+38」移到等號另一邊變成「-38」

在上述解方程式的過程中，
 省略的步驟看起來就像將「-19」移到等號的另一邊變成「+19」；
 將「+38」移到等號的另一邊變成「-38」，
 像這樣解方程式的運算方式，稱為**移項法則**。

求出解後，可將解代入原方程式驗算，以確定答案是正確的，驗算的過程通常不會寫出來。

例 4 以等量公理解方程式（乘法）

解一元一次方程式 $x \div 7 = 14$ 。

解 為了求出 x 的值，須將等號左邊的「 $\div 7$ 」消去。

$$\begin{aligned}
 x \div 7 &= 14 \\
 \frac{x}{7} &= 14 \\
 \times 7 \quad \left(\frac{x}{7} \times 7 = 14 \times 7 \right) & \quad \left(\times 7 \right) \leftarrow \text{等號兩邊同乘以 } 7 \\
 x &= 14 \times 7 \\
 x &= 98
 \end{aligned}$$

例 5 以等量公理解方程式（除法）

解一元一次方程式 $x \times 3 = -63$ 。

解 為了求出 x 的值，須將等號左邊的「 $\times 3$ 」消去。

$$\begin{aligned}
 x \times 3 &= -63 \\
 \div 3 \quad \left(\frac{x \times 3}{3} = \frac{-63}{3} \right) & \quad \left(\div 3 \right) \leftarrow \text{等號兩邊同除以 } 3 \\
 x &= \frac{-63}{3} \\
 x &= -21
 \end{aligned}$$

 隨堂練習

解下列各一元一次方程式：

(1) $x \div 6 = -18$

(2) $-\frac{1}{4}t = 6$

(3) $7x = -105$

(4) $3x = 11$

在 **例 4** 中，若將

$$\frac{x}{7} \times 7 = 14 \times 7$$

這個步驟省略，可得

$$\begin{array}{l} x \div 7 = 14 \\ x = 14 \times 7 \\ x = 98 \end{array}$$

「 $\div 7$ 」移到等號另一邊變成「 $\times 7$ 」

在 **例 5** 中，若將

$$\frac{x \times 3}{3} = \frac{-63}{3}$$

這個步驟省略，可得

$$\begin{array}{l} x \times 3 = -63 \\ x = \frac{-63}{3} \\ x = -21 \end{array}$$

「 $\times 3$ 」移到等號另一邊變成「 $\div 3$ 」



$\frac{-63}{3}$ 即 $-63 \div 3$ 。

例 6 與 **例 7** 中，我們將等量公理與移項法則的解題步驟並列，方便同學們觀察移項法則是等量公理簡化的結果。

例 6 等量公理與移項法則

解一元一次方程式 $5x - 20 = 30$ 。

解

等量公理解題

$$\begin{array}{l}
 5x - 20 = 30 \\
 \downarrow \text{等號兩邊同加 } 20 \\
 5x - 20 + 20 = 30 + 20 \\
 \downarrow \text{整理} \\
 5x = 50 \\
 \downarrow \text{等號兩邊同除以 } 5 \\
 \frac{5x}{5} = \frac{50}{5} \\
 \downarrow \text{整理} \\
 x = 10
 \end{array}$$

移項法則解題

$$\begin{array}{l}
 5x - 20 = 30 \\
 \downarrow \\
 5x = 30 + 20 \\
 5x = 50 \\
 \downarrow \\
 x = \frac{50}{5} \\
 x = 10
 \end{array}$$

隨堂練習

解下列各一元一次方程式：

(1) $2x + 8 = 14$

(2) $4 - 5x = 14$

解一元一次方程式的目的是求出未知數的值，得到形如 $x=3$ 的式子，所以當方程式的等號兩邊都含有未知數時，應設法使含未知數的每一項都在等號的一邊，不含未知數的每一項都在等號的另一邊。

例 7 等量公理與移項法則（兩邊都含有未知數） 自評 P188 第 3 題 (1)、(2)

解一元一次方程式 $9x+7=6x-4$ 。

解

等量公理解題

$$\begin{aligned}
 &9x+7=6x-4 \\
 &\quad \downarrow \text{等號兩邊同減 } 6x \\
 &9x-6x+7=6x-6x-4 \\
 &\quad \downarrow \text{整理} \\
 &3x+7=-4 \\
 &\quad \downarrow \text{等號兩邊同減 } 7 \\
 &3x+7-7=-4-7 \\
 &\quad \downarrow \text{整理} \\
 &3x=-11 \\
 &\quad \downarrow \text{等號兩邊同除以 } 3 \\
 &\frac{3x}{3}=-\frac{11}{3} \\
 &\quad \downarrow \text{整理} \\
 &x=-\frac{11}{3}
 \end{aligned}$$

移項法則解題

$$\begin{aligned}
 &9x+7=6x-4 \\
 &\quad \downarrow \\
 &9x-6x+7=-4 \\
 &\quad \downarrow \\
 &3x+7=-4 \\
 &\quad \downarrow \\
 &3x=-4-7 \\
 &\quad \downarrow \\
 &3x=-11 \\
 &\quad \downarrow \\
 &x=-\frac{11}{3}
 \end{aligned}$$

隨堂練習

解一元一次方程式 $11x-5=9x+8$ 。

例 8 以移項法則解一元一次方程式

自評 P189 第 3 題 (3)、(4)

解下列各一元一次方程式：

(1) $5x + 24 = 3(x + 2) + 2$

解 (1) $5x + 24 = 3(x + 2) + 2$

$$5x + 24 = 3x + 6 + 2$$

$$5x - 3x = 6 + 2 - 24$$

$$2x = -16$$

$$x = -8$$

(2) $3x - 3(2x + 5) = 12 + 4(x + 2)$

(2) $3x - 3(2x + 5) = 12 + 4(x + 2)$

$$3x - 6x - 15 = 12 + 4x + 8$$

$$3x - 6x - 4x = 12 + 8 + 15$$

$$-7x = 35$$

$$x = -5$$

隨堂練習

解下列各一元一次方程式：

(1) $2(3 - x) = -4(x + 5)$

(2) $2(x - 4) - (3x + 4) = -20 + 7x$

例 9 解一元一次方程式

自評 P189 第 3 題 (5)

解一元一次方程式 $2x = \frac{2}{3}x - 16$ 。

解 直接移項

$$\begin{aligned}
 2x &= \frac{2}{3}x - 16 \\
 2x - \frac{2}{3}x &= -16 \\
 \frac{4}{3}x &= -16 \\
 x &= (-16) \div \frac{4}{3} \\
 x &= -12
 \end{aligned}$$

解 先去分母再移項

$$\begin{aligned}
 2x &= \frac{2}{3}x - 16 && \begin{array}{l} \text{等號兩邊} \\ \text{同乘以 3} \end{array} \\
 3 \times 2x &= 3 \left(\frac{2}{3}x - 16 \right) \\
 6x &= 2x - 48 \\
 6x - 2x &= -48 \\
 4x &= -48 \\
 x &= -12
 \end{aligned}$$

隨堂練習

解下列各一元一次方程式：

(1) $\frac{1}{4}x - 4 = x + 3$

(2) $\frac{3}{2}x - 2 = 2x + \frac{2}{5}$

例 10 解一元一次方程式

自評 P189 第 3 題 (6)

解下列各一元一次方程式：

$$(1) \frac{3x+1}{2} = \frac{4x-1}{5}$$

解 (1) $\frac{3x+1}{2} = \frac{4x-1}{5}$

$$\frac{(3x+1)}{2} \times 10 = \frac{(4x-1)}{5} \times 10$$

$$5(3x+1) = 2(4x-1)$$

$$15x+5 = 8x-2$$

$$7x = -7$$

$$x = -1$$

等號兩邊要同乘，才不會算錯哦！

$$(2) \frac{2x+1}{3} - \frac{x-4}{6} = 2$$

(2) $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-4}{6} = 2$

$$\frac{(2x+1)}{3} \times 6 - \frac{(x-4)}{6} \times 6 = 2 \times 6$$

$$2(2x+1) - (x-4) = 12$$

$$4x+2-x+4 = 12$$

$$3x+6 = 12$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$



隨堂練習

解下列各一元一次方程式：

$$(1) \frac{5x+4}{3} = \frac{6x-2}{7}$$

$$(2) \frac{3x+2}{2} + \frac{4x-2}{3} = 1$$



重點回顧

3-2

1 一元一次方程式

只含一種未知數，且未知數的最高次方是一次的等式，稱為一元一次方程式。

例 $2x=6$ ， $\frac{2}{5}x-3=x-9$ 等，皆為一元一次方程式。

2 一元一次方程式的解

如果一個數代入一元一次方程式後，能使等號左右兩邊的值相等，稱這個數為此一元一次方程式的解。

例 $x=3$ 代入一元一次方程式 $2x=6$ ，

左式 $=2 \times 3 = 6 =$ 右式，所以 $x=3$ 是 $2x=6$ 的解。

3 等量公理

當等號左右兩邊相等時，在等號左右兩邊同時加、減、乘、除以一數（除數不為 0），等號仍然成立，即

如果 $a=b$ ，則

$$(1) a+c=b+c$$

$$(2) a-c=b-c$$

$$(3) a \times c = b \times c$$

$$(4) a \div c = b \div c \text{ (此時 } c \neq 0 \text{)}$$

4 解一元一次方程式

求一元一次方程式中未知數所代表的數之過程，稱為解一元一次方程式。

例 $x+4+3x-2=-6$

$$4x+2=-6$$

$$4x=-8$$

$$x=-2$$



自我評量

3-2

可搭配 P228 迷思逃脫

1 依據下列各文字敘述，列出一元一次方程式：

課 P174 表格

(1) x 加 5 等於 13(2) x 的 7 倍等於 21(3) x 的 5 倍加 9 等於 29(4) x 的 $\frac{1}{4}$ 減 3 等於 25

2 () 判別 $x = -3$ 是下列哪一個方程式的解？

課 P175 例 1

(A) $5x + 2 = 2x + 5$

(B) $5x - 2 = -2x + 5$

(C) $5x + 4 = 2x - 5$

(D) $5x + 4 = -2x - 5$

3 解下列各一元一次方程式：

(1) $3x + 1 = 2x - 5$

課 P183 例 7

(2) $5x = 3x$

課 P183 例 7

課 P184 例 8

$$(3) 2(x-4) - 3(x+4) = -2$$

課 P184 例 8

$$(4) 3(2x+1) - (x+2) = (7x+1) + (-x+3)$$

$$(5) \frac{1}{2}x + 3 = \frac{2}{3}x - 2$$
 課 P185 例 9

$$(6) \frac{3x-3}{4} + \frac{x-8}{3} = 2$$

課 P186 例 10

3-3 應用問題



傑克如何猜出艾美的年齡呢？可依下列步驟：

步驟 1：假設一個適當的未知數

→ 假設艾美的年齡為 x 。

步驟 2：列一元一次方程式

→ 因此可列得方程式 $(2x+3) \times 5 = 145$

步驟 3：解方程式

→ $(2x+3) \times 5 = 145$

$$10x + 15 = 145$$

$$10x = 145 - 15$$

$$10x = 130$$

$$x = 13$$

步驟 4：依題意寫出答案

若不合題意，則寫無解或沒有解。

→ 答：13 歲。



：「只要將艾美算出的答案減去 15，再除以 10，就可以算出艾美的年齡。」

例 1 依題意列方程式

自評 P200 第 1、2 題

1. 這次段考，傑克的國文成績為 x 分，如果傑克的數學成績是國文成績的 2 倍少 40 分，且這兩科的成績合計為 170 分，依題意列出一元一次方程式。

2. 安琪本月在便利商店買了 5 杯咖啡，3 瓶礦泉水，總共花了 235 元。若一瓶礦泉水 x 元，且一杯咖啡比一瓶礦泉水貴 15 元，依題意列出一元一次方程式。

解 1. 因為國文成績為 x 分，
所以數學成績為 $(2x-40)$ 分，
由於兩科的成績合計為 170 分，
因此列出一元一次方程式為
 $x + (2x - 40) = 170$ 。

2. 因為一瓶礦泉水 x 元，
所以一杯咖啡為 $(x+15)$ 元，
由於 5 杯咖啡，3 瓶礦泉水，
總共花了 235 元，
因此列出一元一次方程式為
 $5(x+15) + 3x = 235$ 。

隨堂練習

1. 如右圖，賣場的燈泡正在特價優惠。威利花 3260 元買了 LED 和省電燈泡共 18 個，其中省電燈泡買了 x 個，則：

(1) LED 燈泡買了 _____ 個。(以含 x 的式子表示)

(2) 因為共花 3260 元，依題意可列出一元一次方程式 _____。

特價商品



省電燈泡
230 元 / 個



LED 燈泡
120 元 / 個

2. 弟弟身上有 x 元，哥哥身上的錢是弟弟的 2 倍少 10 元，且兄弟兩人身上共有 140 元，依題意可列出一元一次方程式 _____。

日常生活中所遇到的問題並不會設定好未知數，因此通常會依據題目的敘述，將希望求得的答案直接假設為未知數，並根據相關數量關係列成一元一次方程式，以解決應用問題。

例 2 年齡問題

已知哥哥比弟弟大 5 歲，且兩人今年的年齡和為 31 歲，則弟弟今年的年齡為多少歲？

解 設弟弟今年的年齡為 x 歲，
則哥哥今年的年齡為 $(x+5)$ 歲，
由於兩人今年的年齡和為 31 歲，因此

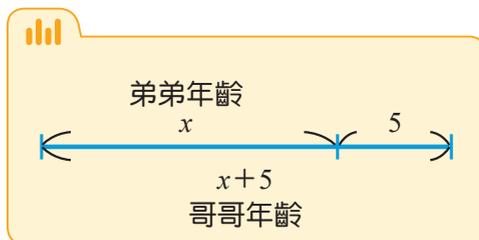
$$x + (x + 5) = 31$$

$$2x + 5 = 31$$

$$2x = 26$$

$$x = 13$$

所以弟弟今年的年齡為 13 歲。



隨堂練習

已知姐姐和妹妹今年的年齡和為 37 歲，且妹妹比姐姐小 3 歲，則姐姐今年的年齡為多少歲？

例 3 點餐問題

自評 P200 第 2、3 題

麥克速食店一份套餐和一份兒童餐共需 180 元，威利和家人共點了 2 份套餐和 3 份兒童餐，合計為 430 元，則一份套餐多少元？

解 設一份套餐 x 元，則一份兒童餐為 $(180-x)$ 元，
由於 2 份套餐和 3 份兒童餐合計 430 元，因此

$$2x + 3(180 - x) = 430$$

$$2x + 540 - 3x = 430$$

$$-x = -110$$

$$x = 110$$

所以一份套餐是 110 元。

因為想求出一份套餐多少元，
所以直接假設一份套餐 x 元。



隨堂練習

安琪在好味簡餐店點了 1 個排骨便當和 1 個雞腿便當，共需 170 元，而洛基點了 3 個排骨便當和 4 個雞腿便當，共需 600 元，則一個排骨便當多少元？

例 4 分配問題

自評 P201 第 4 題

將一箱李子發給一群學生，如果每人發 4 個，則剩 50 個；如果每人發 12 個，則不足 6 個。求學生有多少人？李子總共有多少個？

解一 設學生有 x 人，則

$$4x + 50 = 12x - 6$$

$$50 + 6 = 12x - 4x$$

$$8x = 56$$

$$x = 7$$

所以學生有 7 人，

李子總數為 $4x + 50 = 4 \times 7 + 50$

$$= 78 \text{ (個)}。$$

← 李子的總數也可以這樣算：
 $12x - 6 = 12 \times 7 - 6 = 78 \text{ (個)}$



解二 設李子有 x 個，則

$$\frac{x-50}{4} = \frac{x+6}{12} \quad \leftarrow \text{兩邊同乘以 12}$$

$$3(x-50) = x+6$$

$$3x - 150 = x + 6$$

$$3x - x = 6 + 150$$

$$2x = 156$$

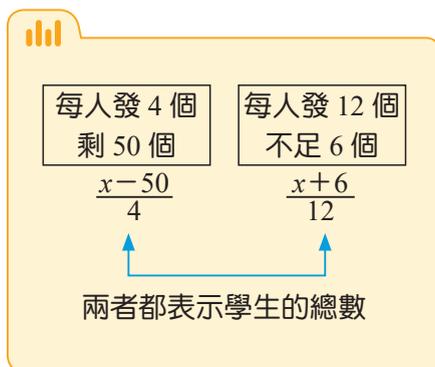
$$x = 78$$

所以李子有 78 個，

$$\text{學生有 } \frac{x-50}{4} = \frac{78-50}{4} = \frac{28}{4}$$

$$= 7 \text{ (人)}。$$

← 學生的人數也可以這樣算：
 $\frac{x+6}{12} = \frac{78+6}{12} = 7 \text{ (人)}$



由例 4 可以發現，選擇不合適的未知數，可能會列出較複雜的方程式，而增加解題的難度。

▶ 隨堂練習

老師買了一桶棒棒糖，獎勵數學成績優良的學生，如果每人分 8 根棒棒糖，則剩下 3 根；如果每人分 10 根棒棒糖，則不夠 5 根。

- (1) 此次數學成績優良的學生有多少人？ (2) 此桶棒棒糖有多少根？

補給站 買賣小常識

大賣場內商品的價格是如何被標訂出來的？

賣場買進一批商品時，所付出的價錢稱為「成本」。



成本：100 元 / 隻

為了賺取利潤，會將成本加上一定的百分比作為「定價」，這個過程稱為「加成」（「一成」=10%）。
若將成本加 6 成當定價，則定價是成本的 1.6 倍。



定價：100 × 1.6

定價 160 元

賣場為了吸引消費者的購買，會將商品的定價減少一定的百分比，這個過程稱為「打折」（「一折」=10%）。
最後商品售出的價格稱為「售價」。

若以定價的 70 % 售出商品，稱為「打七折」或「30%OFF」。

促銷優惠



售價：160 × 0.7

售價 112 元

售價 - 成本 = 「獲利」。

若獲利是正，表示賺錢；若獲利是負，表示賠錢。



獲利：112 - 100
= 12 元

例 5 折扣問題

已知某手機以定價的七五折賣出，則賠本 1000 元；如果改以定價的九折賣出，可賺 2000 元，則這支手機的成本是多少元？

解 設這支手機的定價 x 元，則

$$\frac{75}{100}x + 1000 = \frac{90}{100}x - 2000$$

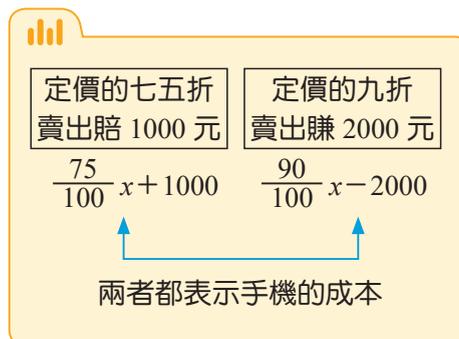
$$75x + 100000 = 90x - 200000$$

$$300000 = 15x$$

$$x = 20000$$

則這支手機的定價是 20000 元，

所以成本是 $20000 \times \frac{75}{100} + 1000 = 16000$ (元)。



隨堂練習

自評 P201 第 5 題

已知某商品以定價的八折賣出，則賠本 350 元；如果改以定價的九五折賣出，可賺 250 元，則此商品的定價是多少元？

我們知道「 $\frac{\text{距離}}{\text{速率}} = \text{時間}$ 」，如果已知距離與速率，就可以求出行走所需的時間。
 例如：某條步道全長 1200 公尺，若行走的平均速率為每分鐘 60 公尺，則所需時間為 $\frac{1200}{60} = 20$ (分鐘)。接下來，我們用這個概念處理距離、時間與速率的問題。

例 6 速率問題

自評 P201 第 6 題

巴克士倉儲公司的運輸通道由載貨機器人搬運物品，進入軌道的機器人以每分鐘 30 公尺的速率前進，回程速率為每分鐘 50 公尺，來回一趟總共花了 8 分鐘 (不計所有停留時間)，則軌道長度為多少公尺？

解 設軌道長度為 x 公尺，

由於來回一趟總共花了 8 分鐘，則

$$\frac{x}{30} + \frac{x}{50} = 8 \quad \leftarrow \text{等號兩邊同乘以 30 和 50 的最小公倍數 150。}$$

$$5x + 3x = 8 \times 150$$

$$8x = 1200$$

$$x = 150$$

所以軌道長度為 150 公尺。



$$\frac{\text{距離}}{\text{速率}} = \text{時間}$$

隨堂練習

洛基在綠色隧道騎自行車運動。已知去程時速每小時 18 公里，回程時速每小時 12 公里，來回總共花了 50 分鐘，則綠色隧道長多少公里？

例 7 解的合理性

博士，你今年幾歲？



我的年齡與我兒子相差 28 歲；且 8 年後，我的年齡是兒子的 5 倍多 4 歲。



你騙人！

圖中是安琪和博士聊天的對話，為何艾美會說博士在騙人？

解 設博士的兒子今年 x 歲，

則博士今年為 $(x+28)$ 歲；

8 年後，兒子為 $(x+8)$ 歲，

博士為 $(x+28)+8=x+36$ (歲)，

由於 8 年後，博士年齡是兒子的 5 倍多 4 歲，

因此 $x+36=5(x+8)+4$

$$x+36=5x+40+4$$

$$-4x=8$$

$$x=-2$$

但年齡為負數不合理，因此艾美知道博士在騙人。



	今年(歲)	8年後(歲)
博士	x	$x+8$
兒子	$x+28$	$(x+28)+8$

▶ 隨堂練習

小夢說自己生日的日期數為月分數的 4 倍，且其月分和日期兩數的和為 16。

則小夢的說法正確嗎？為什麼？



重點回顧

3-3

運用一元一次方程式的應用問題

已知某場演唱會的看台區門票為 x 元，且搖滾區門票為看台區門票的 2 倍少 80 元。小霖買了搖滾區和看台區的門票各 2 張，總共花了 5720 元，則看台區的門票是多少元？

解題步驟：

步驟 1	
設未知數	
看台區門票？元 搖滾區門票？元	設看台區門票 x 元 搖滾區門票 $2x - 80$ 元
步驟 2	
列方程式	
搖滾區和看台區的門票各 2 張， 總共花了 5720 元。	$2x + 2(2x - 80) = 5720$
步驟 3	
解方程式	
 <p>計算出 x 的值。</p>	$2x + 2(2x - 80) = 5720$ $2x + 4x - 160 = 5720$ $6x = 5880$ $x = 980$
步驟 4	
依題意寫出答案	
若不合題意，則寫無解或沒有解。	答：看台區門票 980 元。



自我評量

3-3

可搭配 P228 迷思逃脫

① 依下列各題意列出一元一次方程式：

課 P191 例 1

(1) 威利到文具店影印，每張紙的影印費是 2 元，封面裝訂費用是 50 元。威利影印了 x 張紙，並裝訂封面，一共需付 290 元。

依題意可列出一元一次方程式_____。

(2) 博士拿了 1000 元給安琪、艾美買原子筆，原子筆每支 8 元，安琪買了 x 支，而艾美買的比安琪多 5 支，兩人結帳後，共找回 720 元。

依題意可列出一元一次方程式_____。

② 一個滷蛋比一條海帶貴 4 元，若一條海帶 x 元，且洛基買了 2 個滷蛋和 5 條海帶，一共需付 50 元。依題意列出一元一次方程式，並求一條海帶多少元？

課 P191、193 例 1、3

③ 新開幕水果行的蘋果每斤賣 50 元，梨子每斤賣 30 元，某日蘋果和梨子共賣出 30 斤，總售價 1260 元，則蘋果和梨子各賣出多少斤？

課 P193 例 3

- 4 一群同學聚餐，如果 8 人一桌，則有 3 人沒位子坐；如果 9 人一桌，則有一桌只坐 3 人，則這群同學有多少人？ 課 P194 例 4

- 5 某商店賣蘋果牌音響，平時以定價九五折賣出，可賺 3000 元，最後一臺展示品以定價八折賣出，賠了 2400 元，則這套音響的定價是多少元？ 課 P196 隨堂

- 6 土哲上山每小時走 3 公里，下山每小時走 5 公里，若來回一趟共需 4 小時，則山路長多少公里？ 課 P197 例 6



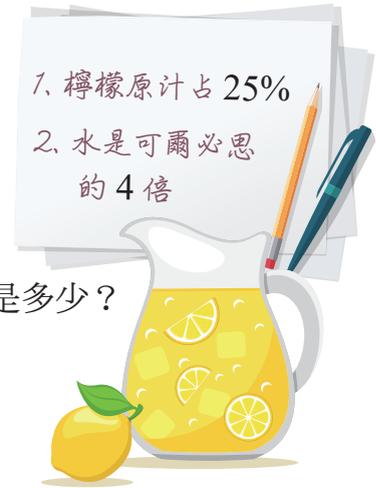


自我挑戰

本單元由學生自行挑戰，教師可視班級情況決定如何運用。

艾美的班級將舉辦同樂會，班上計畫調配出獨特的檸檬可爾必思一同享用，調配方式如右圖。試喝過後發覺口味太酸，於是再加入 10 公升的可爾必思和 10 公升的水，經過調整後，檸檬原汁降為只占 20%，回答下列問題：

(1) 試喝前，檸檬可爾必思中的可爾必思和水所占的百分比各是多少？



(2) 試喝前，檸檬可爾必思有多少公升？



(3) 調整後，可爾必思有多少公升？





一題多解

本單元由學生自行閱讀，教師可視班級情況決定如何運用。

某公司員工旅遊共 57 人參加，搭火車到臺東後，轉乘汽車上山，共租用了 12 輛汽車，其中，部分汽車可搭載 4 位乘客，其它則可搭載 7 位乘客。若剛好坐滿 57 人皆無空位，則搭載 4 位乘客與 7 位乘客的汽車分別有多少輛？



傑克

設搭載 4 位乘客的汽車有 x 輛，

則搭載 7 位乘客的汽車有 $(12-x)$ 輛，

$$4 \times x + 7 \times (12 - x) = 57$$

$$4x + 84 - 7x = 57$$

$$-3x = -27$$

$$x = 9$$

$$12 - x = 12 - 9 = 3$$

所以搭載 4 位乘客的汽車有 9 輛，搭載 7 位乘客的汽車有 3 輛。

#假設未知數



妙麗

每一部汽車先坐上去 4 個人，共有 $4 \times 12 = 48$ 人上車。

未上車者剩下 $57 - 48 = 9$ 人，搭載 7 位乘客的汽車每輛剩下 $7 - 4 = 3$ 個位置，

$9 \div 3 = 3$ ，所以搭載 7 位乘客的汽車有 3 輛，搭載 4 位乘客的汽車有 $12 - 3 = 9$ 輛。



#圖解法

你會採用哪種解法呢？
在喜歡的貼文按 ❤️ 吧！





數養 2.0

汽車能源效率

很多需要「耗能」的產品，經濟部能源局都有公布「能源效率標示」讓民眾選購時參考，除了一般常見的家電或衛浴用品之外，使用到「燃油」的汽、機車一樣也有能源效率的標示。

而代表能源效率等級的溫度計圖示，象徵地球的暖化溫升程度，溫度計刻度轉變成能源效率，由低至高區分為 5 個等級。



第 5 級代表造成地球暖化程度高，亦即該等級車輛為耗油最高的產品。

愈靠近地球的能源效率等級，代表造成地球暖化程度愈低，亦即該車輛耗油量愈低。

根據經濟部能源局規範的【汽車耗能證明核發與核章管理系統】，排氣量落在 1600c.c. 的小客車能源效率等級如右表：

等級	能源效率值 ⁵ (單位：公里/公升)
5 級	12.6 以下
4 級	12.7~14.6
3 級	14.7~16.6
2 級	16.7~18.7
1 級	18.8 以上



本單元為結合議題或跨領域的練習，
教師可視班級情況決定如何運用。



來來計程車行旗下有 120 輛排氣量 1600c.c. 的計程車¹，且每一輛車平均每一個月行駛 9000 公里²，耗油量為 900 公升³，回答下列問題：

- (1) 車行預計汰換一部分車輛，使得每一輛新車平均每一個月的耗油量為 375 公升⁴，則依照能源效率等級⁵，舊車與新車分別為第幾級？

解題關鍵

線索一：依據 2、3、4 分別求得舊車與新車的能源效率值。

線索二：由 5 可知，對照能源效率等級表找出答案。

- (2) 承(1)，若每個月的總耗油量省下 21000 公升⁶，則汰換掉多少輛舊車⁷？

解題關鍵

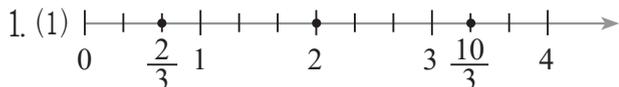
線索一：由 1、3 可知汰換前的總耗油量。

線索二：依據 3、4、6、7 列出一元一次方程式，並求解。



解答索引

學習前哨站 第 1 章 P5



2. (1) 23 (2) 30。

3. (1) 3800 (2) 570。

自我挑戰 第 1 章 P76

(1) 因為臺北比紐約快了 $8 - (-4) = 12$ (小時)，

晚上 8 時 - 12 時 = 20 時 - 12 時 = 8 時，

所以紐約當地時間為上午 8 時。

答：上午 8 時。

(2) 由(1)可知，臺北比紐約快了 12 小時，

則出發時間為紐約當地 19 時 - 12 時 = 7 時，

即上午 7 時，因為飛行共需 15 小時，所以抵達時，

紐約當地的時間為 7 時 + 15 時 = 22 時，即晚上 10 時。

答：晚上 10 時。

數養 2.0 第 1 章 P79

$$\begin{aligned} 1. \text{ 正負值} &= (35 - 37) - (23 - 29) \\ &= (-2) - (-6) \\ &= 4 \end{aligned}$$

答：4。

2. 由正負值 = $B - A$ 可得

$$-7 = (\text{球員下場時球隊的分數} - \text{對手的分數}) - 3$$

$$\text{故} (\text{球員下場時球隊的分數} - \text{對手的分數}) = (-7) + 3 = -4$$

所以此時球隊落後 4 分。

答：落後 4 分。



解答索引

學習前哨站 第 3 章 P153

1. (1) $\square \square$ (2) $\square \square$ 。 2. (1) 16048 (2) 3626。 3. (1) 50 (2) 25。

自我挑戰 第 3 章 P202

(1) 因為水是可爾必思的 4 倍，所以假設可爾必思占 $x\%$ ，則水占 $4x\%$ ，

其中檸檬原汁占 25%，則可爾必思和水共占 $1 - 25\% = 75\%$ ，

$$x + 4x = 75, 5x = 75, x = 15$$

故可爾必思占 15%，水占 $4 \times 15\% = 60\%$ 。

答：可爾必思占 15%，水占 60%。

(2) 設試喝前的檸檬可爾必思共 x 公升，其中 $0.25x$ 公升為檸檬原汁，加了可爾必思和

水各 10 公升後，總共是 $(x + 20)$ 公升。已知調整後檸檬原汁占 20%，由於檸檬原

汁沒有調整，依題意列式得 $0.25x = 0.2(x + 20)$ ， $0.25x = 0.2x + 4$ ， $0.05x = 4$ ， $x = 80$ ，

故試喝前，檸檬可爾必思有 80 公升。

答：80 公升。

(3) 由 (1) 可知，調整前可爾必思占 15%，故調整後，

可爾必思有 $80 \times 15\% + 10 = 12 + 10 = 22$ (公升)。

答：22 公升。

數養 2.0 第 3 章 P205

(1) 一輛舊車能源效率值為 $9000 \div 900 = 10$ (公里/公升)，

一輛新車能源效率值為 $9000 \div 375 = 24$ (公里/公升)，

由能源效率等級表可知，舊車為第 5 級、新車為第 1 級。

答：舊車為第 5 級、新車為第 1 級。

(2) 120 輛舊車每月總耗油量為 $120 \times 900 = 108000$ (公升)，假設汰換掉 x 輛舊車，

還剩下 $(120 - x)$ 輛舊車，則 $(120 - x) \times 900 + x \times 375 = 108000 - 21000$

$108000 - 900x + 375x = 87000$ ， $-525x = -21000$ ， $x = 40$ ，故汰換掉 40 輛舊車。

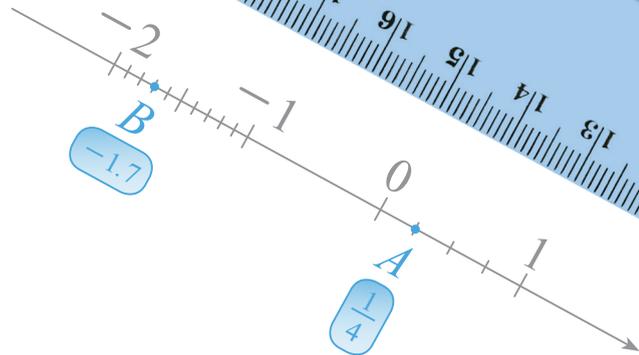
答：40 輛。

數學

名詞檢索

各章重要數學名詞索引搭配簡要說明，
方便學生查找與複習。

MATHEMATICS





名詞檢索

1-1 正數與負數

P10 正數

比 0 大的數。

負數

比 0 小的數。

同號數

性質符號相同的數。

異號數

性質符號相異的數。

正整數 / 自然數

像 1、2、3、…… 這樣的數。

負整數

像 -1、-2、-3、…… 這樣的數。

整數

0、正整數、負整數合稱為整數。

P11 數線

數線包含原點、正向與單位長。

原點

在水平直線上任取一點作為基準點，稱為原點，其所對應的數是 0。

正向 / 負向

在水平直線的右邊標上箭頭表示正向，反方向則為負向。

單位長

在水平直線上，選取適當的固定長度，當成 1 個單位，稱為單位長。

P12 坐標

數線上的點所對應的數，稱為該點的坐標。

P16 相反數

數線上，位於原點左右兩側，且與原點距離相等的兩個點，所對應的數互為相反數。

P17 絕對值

數線上，點 $A(a)$ 與原點的距離，稱為 a 的絕對值，以 $|a|$ 表示。

1-2 正負數的加減

P29 加法交換律

若 a 、 b 為任意兩數，則
 $a+b=b+a$ 。

加法結合律

若 a 、 b 、 c 為任意三數，則
 $(a+b)+c=a+(b+c)$ 。

P42 中點

數線上與 A 、 B 兩點距離相等的點，稱為 A 、 B 兩點的中點。

1-3 正負數的乘除

P51 乘法交換律

若 a 、 b 為任意兩數，則
 $a \times b = b \times a$ 。

乘法結合律

若 a 、 b 、 c 為任意三數，則
 $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ 。

P57 分配律

若 a 、 b 、 c 為任意三數，則

(1) 乘法對加法：

$$(a+b) \times c = a \times c + b \times c、$$
$$c \times (a+b) = c \times a + c \times b。$$

(2) 乘法對減法：

$$(a-b) \times c = a \times c - b \times c、$$
$$c \times (a-b) = c \times a - c \times b。$$

1-4 指數記法與科學記號

P63 指數記法

連乘的簡易表示方法。

P64 次方

相同的數連乘多次。

底數 / 指數

當同一個數 a 連乘 m 次，可以簡記為 a^m 的形式，其中 a 稱為底數， m 稱為指數。

P69 科學記號

將一個數記錄為 $a \times 10^m$ ，
其中 $1 \leq a < 10$ ，且 m 為整數。

2-1 質因數分解

P84 因數 / 倍數

a 、 b 、 c 是不為 0 的任意三個整數，若 $a \div b = c$ ，即 $a = b \times c$ ，則 b 、 c 是 a 的因數； a 是 b 、 c 的倍數。

P91 質數

一個大於 1 的整數，只有 1 和本身兩個因數。

合數

一個大於 1 的整數，除了 1 和本身之外，還有其他的因數。

P94 質因數

如果 a 是 b 的因數，且 a 是質數，則稱 a 為 b 的質因數。

P95 質因數分解

將一個大於 1 的正整數完全分解為幾個質因數連乘積的過程。

標準分解式

將一個正整數質因數分解後，把較小的質因數寫在前面，較大的寫在後面，遇有相同的質因數連乘時，以指數形式表示。

2-2 最大公因數與最小公倍數

P100 公因數

在幾個整數中，它們共同的因數。

最大公因數

在所有公因數中最大的數。

互質

若 $(a, b) = 1$ ，則稱 a 與 b 互質。

P107 公倍數

在幾個整數中，它們共同的倍數。

最小公倍數

在所有公倍數中最小的數。

2-3 分數的四則運算

P119 約分

將一個分數的分子、分母，同除以它們的公因數。

擴分

將一個分數的分子、分母，同乘以一個不為 0 的整數。

通分

把幾個異分母分數化成分母相同但與原來相等的分數。

等值分數

一個分數經由約分或擴分後，與原來分數的值仍相等，這些相等的分數稱為等值分數。



名詞檢索

最簡分數

一個分數的分子與分母互質。

P129 倒數

若 a 、 b 為任意兩數，當 $a \times b = 1$ 時，稱 a 、 b 互為倒數。

2-4 指數律

P139 指數律

若 $a \neq 0$ 且 $b \neq 0$ ，

P143

m 、 n 為正整數或 0，則

(1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(2) $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ($m > n$ 或 $m = n$)

(3) $(a^m)^n = a^{m \times n}$

(4) $(a \times b)^m = a^m \times b^m$ 。

3-1 式子的運算

P156 代數式

由文字符號和數字組成的算式。

P163 一元一次式

只含一種文字符號(一元)，且該文字符號的最高次方為一次方的式子。

項

一元一次式中的每一項，皆以「+」號連結。

常數項

不含文字符號的項。

同類項

文字符號相同，次方也相同的項。

係數

在各項中，文字符號前的數稱為該項的係數。

3-2 解一元一次方程式

P174 未知數

在含有 x 的等式中，不知道 x 所代表的數是多少，這時稱 x 為未知數。

方程式

含有未知數的等式。

一元一次方程式

只含一種未知數(一元)，且未知數的最高次方是一次的等式。

P175 解

將一個數代入一元一次方程式後能使等號左右兩邊的數值相等，稱這個數為此一元一次方程式的解。

P176 等量公理

如果 $a = b$ ，則

P177

(1) $a + c = b + c$

(2) $a - c = b - c$

(3) $a \times c = b \times c$

(4) $a \div c = b \div c$ ($c \neq 0$)。

P179 移項法則

當某一項移到等號的另一邊，且符號須變號的運算方式。