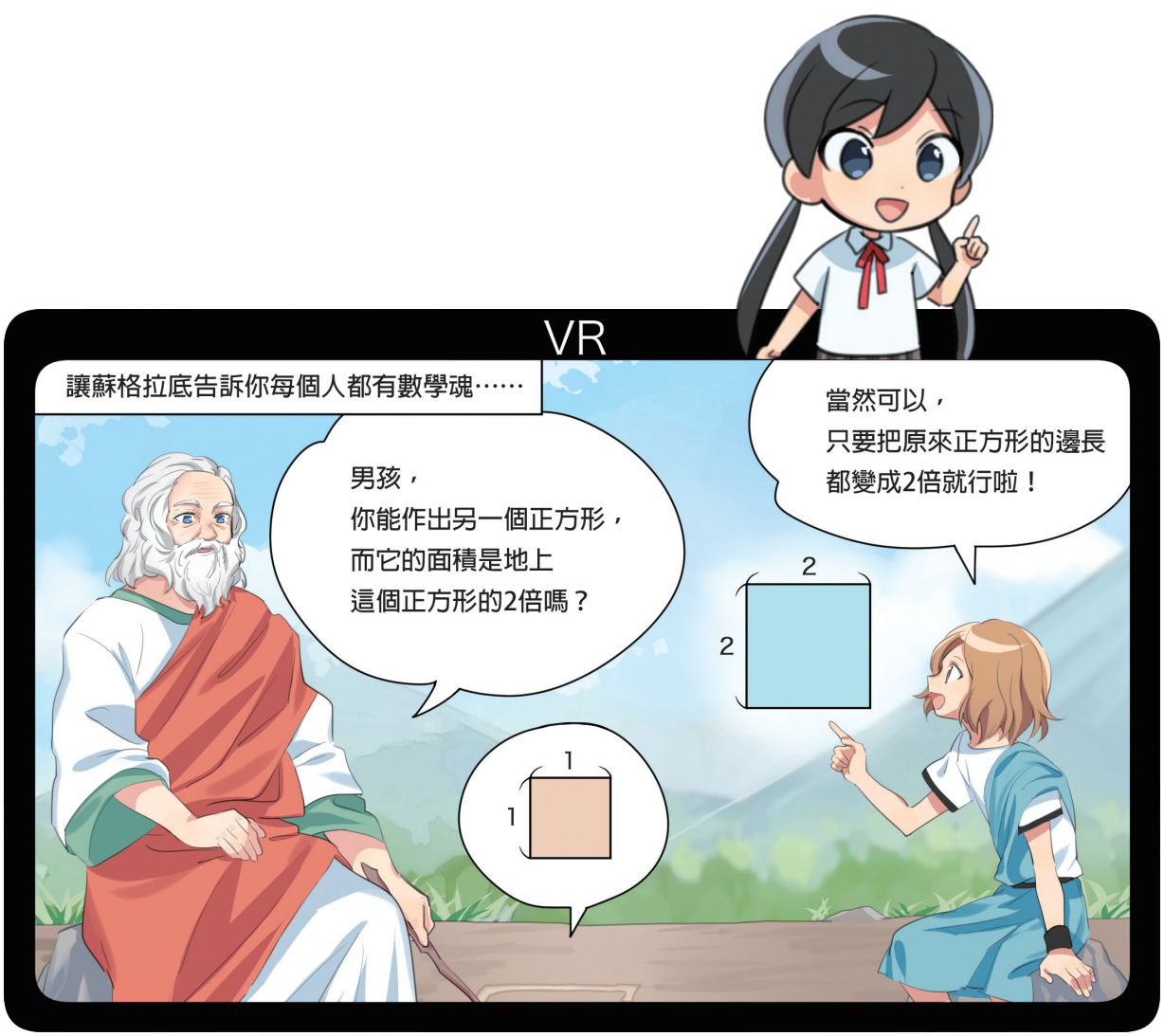
CHAPTER

2 平方根與畢氏定理

2-1 平方根與近似值
2-2 根式的運算
2-3 畢氏定理



照你這麼說，
新正方形的面積就會
變成原正方形的4倍了。
4倍大與2倍大一樣嗎？
2
2
1
1
顯然不一樣。
正方形邊長若
變成原來的2倍，
得到的新面積
卻是原來的4倍。
2
?
2
1
因此我們可以知道，
2 倍面積的正方形邊長
會比原正方形邊長大，
但比 4 倍面積的正方形
邊長小。
我想……
確實如此。
也就是說，
面積為2的正方形邊長
會介於1與2之間囉？
根據我過人的領悟力，
答案是肯定的！
大師時光機
VR數位展
喔喔～那想請問
領悟大師，這個邊長
到底有多長呢？
只…只要我知道
如何畫出這個
正方形的話…
浩南面對依霖的問題
究竟該如何招架呢？
學會本章幫助浩南解答吧！

2-1 平方根與近似值

1 認識根號　2 利用完全平方數求值　3 利用十分逼近法求值
4 平方根

溫故啟思

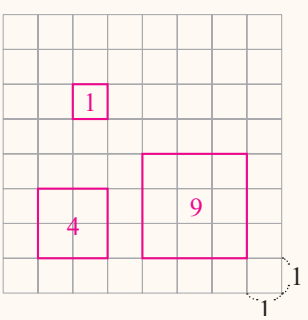
1 (1) 請完成下表：

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
a	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10
a^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

(2) 面積為 25 的正方形，邊長為 5 。

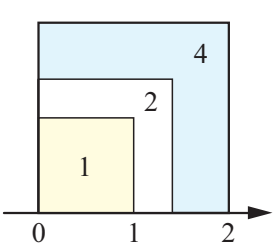
(3) $\square^2=9$，$\square=$ 3 或 -3 。

2 請在下圖中畫出面積分別為 1、4、9 的正方形：



1 認識根號

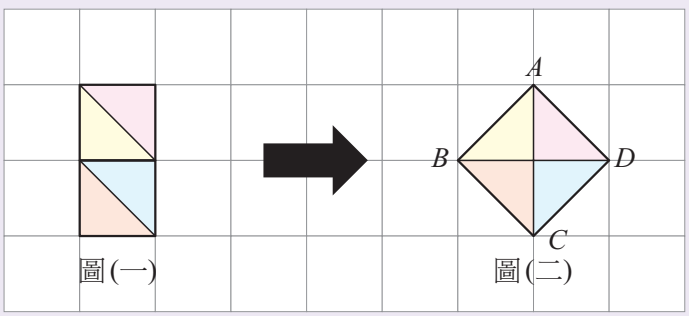
由正方形面積與邊長的關係可知，邊長為 1 的正方形，面積為 $1^2=1$，邊長為 2 的正方形，面積為 $2^2=4$，那麼我們要如何作出一個面積是 2 的正方形呢？



探索活動

作出面積為 2 平方公分的正方形

如下圖，用兩個面積為 1 平方公分的正方形拼成一個正方形 $ABCD$。

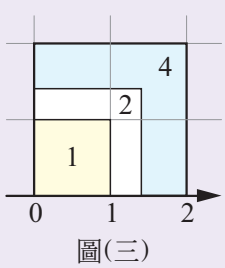


圖(一)　　圖(二)

(1) 正方形 $ABCD$ 的面積為何？
2 平方公分

(2) 根據圖(三)，圖(二)正方形 $ABCD$ 的邊長介於哪兩個連續整數之間？1、2

(3) 圖(一)的小正方形邊長為 1 公分，量量看，圖(二)正方形 $ABCD$ 的邊長 $\overline{AB}$ 約為多少公分？請依你量出的邊長，計算一下面積是否為 2 平方公分？
1.4 公分，否

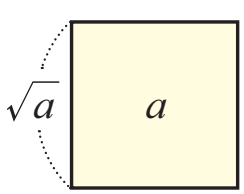


圖(三)

在探索活動中，正方形 $ABCD$ 的面積為 2 cm^2，不過它的邊長是多少呢？首先 $1^2=1$，$2^2=4$，所以正方形 $ABCD$ 的邊長不是整數，而且介於 1、2 之間；又任一個有限小數或分數的平方也都不等於 2，例如：

數	1	$\frac{4}{3}$	1.4	1.5	$\frac{5}{3}$	2
平方	1	$\frac{16}{9}$	1.96	2.25	$\frac{25}{9}$	4

因此面積為 2 的正方形邊長既不是整數，也不是有限小數或分數，在數學上就以符號 $\sqrt{2}$（**讀作根號 2**）來表示面積為 2 的正方形邊長，由面積亦可得知 $(\sqrt{2})^2=2$。同樣的道理，面積為 3 的正方形邊長就是 $\sqrt{3}$ 且 $(\sqrt{3})^2=3$。也就是說，面積為 a（$a>0$）的正方形，其邊長為 $\sqrt{a}$，其中 $(\sqrt{a})^2=a$。

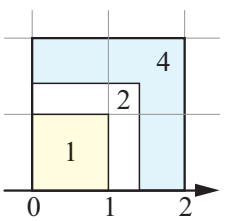


隨堂練習

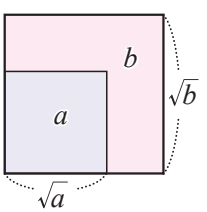
(1) 用根號表示面積為 5 的正方形邊長。　$\sqrt{5}$

(2) $(\sqrt{12})^2=$ 12 。

在前面的課文中，我們利用正方形邊長與面積的關係來認識帶有根號的數，其中，面積為 2 的正方形邊長為 $\sqrt{2}$。從右圖中可以發現，$\sqrt{2}$ 介於 1 和 2 之間。



亦即從幾何圖形的面積關係可知道：面積較大的正方形，邊長也比較大。若兩個正方形的面積分別為 a 與 b，且 $a<b$，那麼 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$。也就是說：若 $0<a<b$，則 $0<\sqrt{a}<\sqrt{b}$。我們可利用這個性質來比較兩個數的大小。



例 1　比較大小

比較下列各數的大小：

(1) $\sqrt{21}$、$\sqrt{25}$、$\sqrt{27}$

(2) $\sqrt{\frac{2}{3}}$、$\sqrt{\frac{3}{4}}$

解

(1) 因為 $21<25<27$，

因此 $\sqrt{21}<\sqrt{25}<\sqrt{27}$。

(2) 因為 $\frac{2}{3}<\frac{3}{4}$

所以 $\sqrt{\frac{2}{3}}<\sqrt{\frac{3}{4}}$。

隨堂練習

在 □ 中填入 $>$，$=$，$<$ 的符號：

(1) $\sqrt{51}$ □ $\sqrt{49}$

因為 $51>49$，

所以 $\sqrt{51}>\sqrt{49}=7$。

(2) $\sqrt{\frac{7}{6}}$ □ $\sqrt{\frac{5}{4}}$

因為 $\frac{7}{6}<\frac{5}{4}$，所以 $\sqrt{\frac{7}{6}}<\sqrt{\frac{5}{4}}$。

2 利用完全平方數求值

從前面的例子中，可以發現面積 4 的正方形邊長為$\sqrt{4}=\sqrt{2^2}=2$，同理，面積 36 的正方形邊長為$\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$。當一正整數為某整數的平方時，我們稱此數為**完全平方數**（或平方數）。當根號內的數為完全平方數時，我們便可利用完全平方數求出這個帶有根號的數值，例如$\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$，又或者如$\sqrt{\frac{16}{9}}=\sqrt{(\frac{4}{3})^2}=\frac{4}{3}$。亦即當$a\geq 0$時，$\sqrt{a^2}=a$。

下表是一些大於 100 的完全平方數：

a	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
a^2	121	144	169	196	225	256	289	324	361	400	441	484

例 2 利用平方數求值

求下列各數的值：

(1) $\sqrt{144}$　(2) $\sqrt{\frac{25}{9}}$　(3) $\sqrt{2.25}$

解

(1) $\sqrt{144}=\sqrt{12^2}=12$。

(2) $\sqrt{\frac{25}{9}}=\sqrt{(\frac{5}{3})^2}=\frac{5}{3}$。

(3) $\sqrt{2.25}=\sqrt{\frac{225}{100}}=\sqrt{(\frac{15}{10})^2}=\frac{15}{10}=1.5$。

隨堂練習

求下列各數的值：

(1) $\sqrt{121}$　(2) $\sqrt{\frac{49}{36}}$　(3) $\sqrt{1.96}$

$\sqrt{121}=\sqrt{11^2}=11$

$\sqrt{\frac{49}{36}}=\sqrt{(\frac{7}{6})^2}=\frac{7}{6}$

$\sqrt{1.96}=\sqrt{\frac{196}{100}}=\sqrt{(\frac{14}{10})^2}=\frac{14}{10}=1.4$

而當一個數很大時，可以利用標準分解式來判斷它是否為平方數或者是哪一數的平方。

例 3　利用標準分解式求值

求下列各數的值：

(1) $\sqrt{2^2\times3^4\times5^2}$　　(2) $\sqrt{1225}$

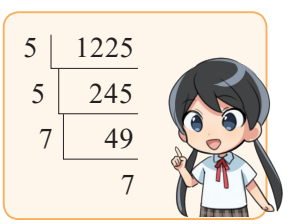
解　(1) 因為 $2^2\times3^4\times5^2=(2\times3^2\times5)^2$，

因此 $\sqrt{2^2\times3^4\times5^2}=\sqrt{(2\times3^2\times5)^2}=2\times3^2\times5=90$。

(2) 利用短除法，可將 1225 分解成

$1225=5^2\times7^2=(5\times7)^2$，

故 $\sqrt{1225}=\sqrt{(5\times7)^2}=5\times7=35$。



隨堂練習

求下列各數的值：

(1) $\sqrt{2^6\times3^2}$

$=\sqrt{(2^3\times3)^2}=2^3\times3=24$

(2) $\sqrt{2025}$

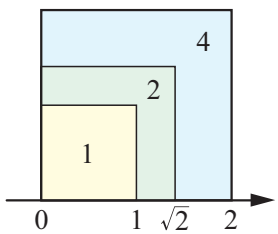
$=\sqrt{3^4\times5^2}=\sqrt{(3^2\times5)^2}$

$=3^2\times5=45$

3 利用十分逼近法求值

在前面的課文說明中，我們透過 $1.4^2=1.96$，$1.5^2=2.25$ 得知 $1.4<\sqrt{2}<1.5$，我們可以仿照這種方法來求含有根號的數的近似值。

接下來我們透過探索活動的方法來求得$\sqrt{3}$更精確的值。



探索活動

十分逼近法

1 將 1 與 2 之間十等分，請利用下表中各數的平方值判斷$\sqrt{3}$在哪兩個相鄰的一位小數之間？

a	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
a^2	1.21	1.44	1.69	1.96	2.25	2.56	2.89	3.24	3.61

3

由上表可知 1.7 $<\sqrt{3}<$ 1.8 。

2 將 1.7 與 1.8 之間再十等分，請利用下表中各數的平方值判斷$\sqrt{3}$在哪兩個相鄰的二位小數之間？

a	1.7	1.71	1.72	1.73	1.74	1.75	1.76	1.77	1.78	1.79
a^2	2.89	2.9241	2.9584	2.9929	3.0276	3.0625	3.0976	3.1329	3.1684	3.2041

由上表可知 1.73 $<\sqrt{3}<$ 1.74 ，故 $\sqrt{3}$ 的近似值四捨五入到小數點後第一位約 1.7 。

在探索活動中，求 $\sqrt{3}$ 近似值的方法就稱為**十分逼近法**，如果想要求精確到更多位數的近似值，可以利用同樣的方法繼續進行下去。

例 4 以十分逼近法求近似值

利用計算機計算，以十分逼近法求 $\sqrt{5}$ 的近似值，並以四捨五入法求至小數點後第一位。

解 (1) 因為 $2^2=4$，$(\sqrt{5})^2=5$，$3^2=9$，

而 $4<5<9$，所以 $2<\sqrt{5}<3$。

(2) 將 2 與 3 之間十等分，

利用計算機計算得

$2.2^2=4.84<5$，$2.3^2=5.29>5$，

即 $4.84<5<5.29$，

因此 $2.2<\sqrt{5}<2.3$。

(3) 再將 2.2 與 2.3 之間十等分，

利用計算機計算得 $2.23^2=4.9729<5$，$2.24^2=5.0176>5$，

可知 $2.23<\sqrt{5}<2.24$，

以四捨五入法求至小數點後第一位可得 $\sqrt{5}\fallingdotseq 2.2$。

(2)(3) 除了十分逼近法之外，也可以這麼作：
找 2.2 與 2.3 的中點 2.25，
以 2.25^2 與 5 比較。
因為 $2.25^2=5.0625>5$，
所以 $2.20<\sqrt{5}<2.25$。
故依四捨五入法，
可得 $\sqrt{5}\fallingdotseq 2.2$。

隨堂練習

利用下表與計算機計算，求 $\sqrt{7}$ 的近似值介於哪兩個相鄰的一位小數之間？

a	2.6	2.7	2.8	2.9	3
a^2	6.76	7.29	7.84	8.41	9

由上表可知 $2.6<\sqrt{7}<2.7$。

例 5 求出近似值的整數部分

(1) $\sqrt{10}$ 介於哪兩個連續整數之間？

(2) 已知 $3.1^2=9.61$，$3.2^2=10.24$，$3.15^2=9.9225$，求$\sqrt{10}$ 的近似值四捨五入到小數點後第一位。

解 (1) 因為 $3^2=9$，$4^2=16$，

$9<10<16$，

$\sqrt{3^2}<\sqrt{10}<\sqrt{4^2}$

所以 $3<\sqrt{10}<4$，故$\sqrt{10}$ 介於 3 與 4 之間

(2) 由 $3.1^2=9.61$，$3.2^2=10.24$ 可知

$3.1<\sqrt{10}<3.2$，同時 $3.15^2=9.9225$，所以$\sqrt{10}>3.15$

亦即 $3.15<\sqrt{10}<3.2$，故$\sqrt{10}\fallingdotseq 3.2$

隨堂練習

1 $\sqrt{12}$ 介於哪兩個連續整數之間？

因為 $9<12<16$，所以 $\sqrt{3^2}<\sqrt{12}<\sqrt{4^2}$，

即 $3<\sqrt{12}<4$

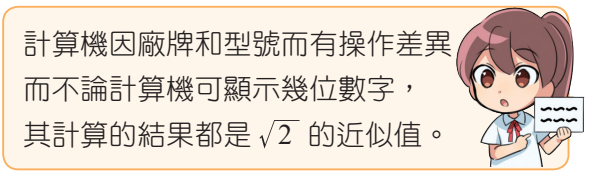
2 已知 $3.4^2=11.56$，$3.5^2=12.25$，$3.45^2=11.9025$，求$\sqrt{12}$ 的近似值四捨五入到小數點後第一位。

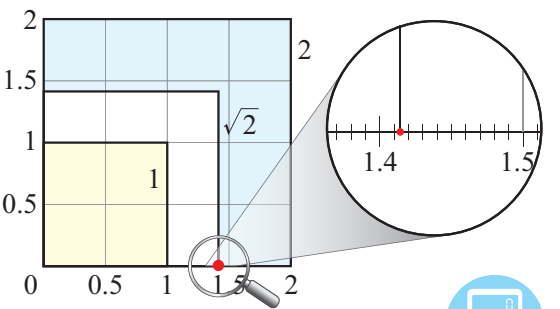
$3.4^2=11.56$，$3.5^2=12.25$，所以 $3.4<\sqrt{12}<3.5$

又因為 $3.45^2=11.9025$，所以 $3.45<\sqrt{12}<3.5$

故$\sqrt{12}\fallingdotseq 3.5$

事實上，我們也可以利用計算機直接求出$\sqrt{a}$（$a>0$）的近似值。例如$\sqrt{2}$，在計算機上按下 2 鍵，再按下 $\sqrt{\ }$ 鍵，就可求出 $\sqrt{2}$ 的近似值了，由此可知 $\sqrt{2}\fallingdotseq 1.4142135\cdots\cdots$，我們也可以利用計算機檢驗 $(\sqrt{2})^2=2$。





例 6　利用計算機求近似值

曉華房間的地面是一個正方形。已知這個房間為 5 坪，且 1 坪約 3.3 平方公尺，請問這個房間的地面邊長約為多少公尺？（以四捨五入法求至小數點後第一位）

解　5 坪$\fallingdotseq$（5×3.3）平方公尺 $=16.5$ 平方公尺，

因此房間邊長約為 $\sqrt{16.5}\fallingdotseq 4.06201\fallingdotseq 4.1$（公尺）。

一般型計算機

1 6 · 5 → $\sqrt{\ }$

螢幕顯示 4.06201

科學型計算機

1 6 · 5 → SHIFT → x^2

螢幕顯示 4.06201

隨堂練習

計算機按法與解答請參考附錄。

小新的爺爺有塊面積為 1 分的正方形土地，他上網查了一下，得知 1 分約為 293.4 坪，請問這塊正方形土地的邊長約為多少公尺？（利用計算機計算，以四捨五入法求至小數點後第一位）

因為 1 分$\fallingdotseq$ 293.4 坪，

而 293.4 坪$\fallingdotseq$（293.4×3.3）平方公尺 $=968.22$ 平方公尺，

因此正方形土地的邊長為 $\sqrt{968.22}=31.116\cdots\cdots\fallingdotseq 31.1$（公尺）。

4 平方根

已知 $3^2=9$，$(-3)^2=9$，此時 3 與 -3 都稱為 9 的平方根。

一般而言，如果對於一正數 a，若有一數 b 滿足 $b^2=a$，則稱 b 為 a 的**平方根**（也稱為二次方根）。例如：

$(\sqrt{2})^2=2$，$\sqrt{2}$ 稱為 2 的**正平方根**；$(-\sqrt{2})^2=2$，$-\sqrt{2}$ 稱為 2 的**負平方根**，所以$\sqrt{2}$與$-\sqrt{2}$都是 2 的平方根。而 0 的平方根只有一個數 0。

隨堂練習

下列敘述，正確請在空格中畫○，錯誤請畫 ×：

(○)(1) 因為 6 滿足 $6^2=36$，所以 6 為 36 的平方根。

(×)(2) 因為 -6 滿足 $(-6)^2=36$，所以 36 是 -6 的平方根。

-6 為 36 的平方根。

由以上討論可知，一個正數的平方根有正平方根與負平方根。但在國中階段，沒有任何一個數的平方是負數，所以負數沒有平方根。因此我們可以得到以下結論：

平方根的意義與性質

1. 當 $a>0$ 時，正數 a 的平方根為 $\sqrt{a}$ 與 $-\sqrt{a}$，其中 $\sqrt{a}$ 是正平方根，$-\sqrt{a}$ 是負平方根，此兩數互為相反數。
2. 當 $a=0$ 時，a 的平方根只有一個數 0。
3. 當 $a<0$ 時，負數 a 沒有平方根。（於國中階段）

5 的平方根：
$\sqrt{5}$ 和 $-\sqrt{5}$

例 7　求平方根

求下列各數的平方根：

(1) 49　　(2) 17　　(3) $2\frac{1}{4}$　　(4) 0.09

±7 讀作正負 7，表示 7 與 −7。

解

(1) 因為 $7^2=(-7)^2=49$，
所以 49 的平方根為 $\sqrt{49}=7$ 與 $-\sqrt{49}=-7$，
可簡記為 ± 7。

(2) 因為 $(\sqrt{17})^2=(-\sqrt{17})^2=17$，
所以 17 的平方根為 $\sqrt{17}$ 與 $-\sqrt{17}$，
可簡記為 $\pm\sqrt{17}$。

(3) $2\frac{1}{4}$ 的平方根為 $\pm\sqrt{2\frac{1}{4}}=\pm\sqrt{\frac{9}{4}}=\pm\sqrt{(\frac{3}{2})^2}=\pm\frac{3}{2}$。

(4) 0.09 的平方根為 $\pm\sqrt{0.09}=\pm\sqrt{(0.3)^2}=\pm 0.3$。

隨堂練習

求下列各數的平方根：

(1) 64

因為 $8^2=(-8)^2=64$，
所以 64 的平方根為 ± 8。

(2) 13

因為 $(\sqrt{13})^2=(-\sqrt{13})^2=13$，
所以 13 的平方根為 $\pm\sqrt{13}$。

(3) $1\frac{7}{9}$

因為 $1\frac{7}{9}=\frac{16}{9}$，
故 $1\frac{7}{9}$ 的平方根為
$\pm\sqrt{\frac{16}{9}}=\pm\sqrt{(\frac{4}{3})^2}=\pm\frac{4}{3}$。

(4) 0.25

0.25 的平方根為
$\pm\sqrt{0.25}=\pm\sqrt{(0.5)^2}=\pm 0.5$。
另解：$\pm\sqrt{0.25}=\pm\sqrt{\frac{25}{100}}$
$=\pm\sqrt{(\frac{5}{10})^2}=\frac{5}{10}=\pm 0.5$

例 8 平方根的應用

已知 $3x-5$ 的平方根為 $\pm\sqrt{10}$，求 x 的值。

解 因為 $3x-5$ 的平方根為 $\pm\sqrt{10}$，

所以 $(\pm\sqrt{10})^2=3x-5$，

$10=3x-5$，$15=3x$，$x=5$。

隨堂練習

已知 $5x+3$ 的平方根為 $\pm\sqrt{13}$，求 x 的值。

因為 $5x+3$ 的平方根為 $\pm\sqrt{13}$，

所以 $(\pm\sqrt{13})^2=5x+3$，

$13=5x+3$，$10=5x$，$x=2$。

數養時光機 平方根表示法的演進

中世紀時，阿拉伯文的翻譯者將平方根翻譯成根 (*radix*)，之後再翻譯成拉丁文時，將 *radix* 以符號 R 表示。

我們也可以運用數學符號來做設計，如手提包上的圖案都是平方根符號。

1484 年法國數學家許凱（*Chuquet*）會用 R^2 表示二次方根（平方根）。

1525 年，德國數學家魯道夫（*Rudolff*）的一本代數教科書中首次出現「$\sqrt{}$」這個記號，是由拉丁字母的「*r*」轉變而來。

1637 年法國數學家笛卡兒（*Descartes*）在他的幾何學一書中首次使用「$\sqrt{\ }$」，此符號沿用至今，已成為常見的根號符號。

2-1 重點整理

1 比較含有根號的數值大小

已知 a、b 為正數，若 $a<b$，則 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$。

例 $3<5$，可知 $\sqrt{3}<\sqrt{5}$。

2 $\sqrt{a}$ 的值

(1) 利用標準分解式求得 $\sqrt{a}$ 的值。

例 $\sqrt{1225}=\sqrt{5^2\times7^2}=\sqrt{(5\times7)^2}=5\times7=35$。

(2) 利用十分逼近法或計算機求得 $\sqrt{a}$ 的近似值。

3 $\sqrt{a}$ 與平方根的意義

(1) 若 $a\geq0$，則 $\sqrt{a^2}=a=(\pm\sqrt{a})^2$。

例 $\sqrt{3^2}=3=(\pm\sqrt{3})^2$。

(2) 對於一正數 a，若一數 b 滿足 $b^2=a$，則稱 b 為 a 的平方根。

當一正整數為某整數的平方時，我們稱此數為完全平方數。

(3) 當 $a>0$ 時，正數 a 的平方根為 $\sqrt{a}$ 與 $-\sqrt{a}$，其中 $\sqrt{a}$ 是正平方根，$-\sqrt{a}$ 是負平方根，此兩數互為相反數，可合併簡記為 $\pm\sqrt{a}$。

例 3 的平方根為 $\pm\sqrt{3}$。

(4) 當 $a=0$ 時，a 的平方根只有一個數 0。

(5) 當 $a<0$ 時，負數 a 沒有平方根。(於國中階段)

2-1 自我評量

P.62 隨堂練習 P.63 課文 P.69 課文 P.70 例 7

1 下列敘述，正確請在空格中畫○，錯誤請畫 ×：（每小題 3 分）

(○) (1) 25 的平方根為 5 與 -5。

(×) (2) 4 為 -16 的平方根。

(×) (3) $\sqrt{9}=\pm 3$。

(×) (4) 面積為 3 的正方形邊長為 $\pm\sqrt{3}$。

(○) (5) $\sqrt{5^2}=5$。

(×) (6) $\sqrt{(-5)^2}=-5$。

(×) (7) $\sqrt{4\frac{1}{9}}=2\frac{1}{3}$。

(○) (8) $(\sqrt{\frac{1}{4}})^2=\frac{1}{4}$。

(×) (9) $\sqrt{2.5}=0.5$。

(2) 應為 16 的平方根；(3) 應為 $=3$；(4) 邊長為正數，應為 $\sqrt{3}$；(6) 應為 $=5$；

(7) $\sqrt{4\frac{1}{9}}=\sqrt{\frac{37}{9}}$（或 $2\frac{1}{3}=\sqrt{(2\frac{1}{3})^2}=\sqrt{5\frac{4}{9}}\neq\sqrt{4\frac{1}{9}}$）；

(9) $0.5=\sqrt{(0.5)^2}=\sqrt{0.25}\neq\sqrt{2.5}$。

P.63 例 2

2 求下列各式的值：（每小題 6 分）

(1) $\sqrt{900}$

$\sqrt{900}=\sqrt{30^2}=30$

(2) $\sqrt{\frac{144}{289}}$

$\sqrt{\frac{144}{289}}=\sqrt{(\frac{12}{17})^2}=\frac{12}{17}$

P.62 例 1

3 比較下列各數的大小：（6 分）

$\sqrt{65}$、$\sqrt{70}$、8、9

$(\sqrt{65})^2=65$，$(\sqrt{70})^2=70$，$8^2=64$，$9^2=81$，

因為 $81>70>65>64$，所以 $9>\sqrt{70}>\sqrt{65}>8$。

P.67 例 5

4 (1) 試問 $\sqrt{15}$ 介於哪兩個連續整數之間？（每小題 6 分）

(A) 1、2　(B) 2、3　(C) 3、4　(D) 4、5

答：(C)。

$(\sqrt{15})^2=15$，$3^2=9$，$4^2=16$，

因為 $9<15<16$，故 $3<\sqrt{15}<4$。

(2) 已知 $3.8^2=14.44$、$3.85^2=14.8225$，$3.9^2=15.21$，則 $\sqrt{15}$ 的近似值為多少？（以四捨五入法求至小數點後第一位）

(A) 3.7　(B) 3.8　(C) 3.9　(D) 無法確定

答：(C)。

因為 $3.85^2=14.8225<15<15.21=3.9^2$，所以 $3.85<\sqrt{15}<3.9$，故 $\sqrt{15}\fallingdotseq 3.9$。

P.70 例 7

5 求下列各數的平方根：（每小題 6 分）

(1) 196

$\pm\sqrt{196}=\pm\sqrt{14^2}=\pm14$

(2) $\frac{81}{121}$

$\pm\sqrt{\frac{81}{121}}=\pm\sqrt{\left(\frac{9}{11}\right)^2}=\pm\frac{9}{11}$

(3) 2.25

$\pm\sqrt{2.25}=\pm\sqrt{1.5^2}=\pm1.5$

(4) 15

$\pm\sqrt{15}$

(5) $2^4\times5^2\times7^2$

$\pm\sqrt{2^4\times5^2\times7^2}=\pm\sqrt{(2^2\times5\times7)^2}=\pm(2^2\times5\times7)=\pm140$

P.68 例 6

6 若有一圓面積為 20，其半徑長為 2.52 。（已知圓周率約為 3.14，半徑長以四捨五入法求至小數點後第二位）（計算機按法與解答請參考附錄）

設半徑長為 r，$r>0$，$r^2\times3.14=20$，因此 $r^2=\frac{20}{3.14}$，（6 分）

故半徑長 $r=\sqrt{\frac{20}{3.14}}=2.5237\cdots\fallingdotseq2.52$（半徑長為正數，取正平方根）。

錯誤診療

小明操作計算機計算$\sqrt{10}$的值，得到的畫面如下：（7 分）

因此他得到$\sqrt{10}=3.16227766$的結論。請問小明的結論正確嗎？並請說明理由。

不正確，因為計算機顯示的只是近似值，並非實際值。