

放大 6 如右圖，已知 $\overline{AB}$ ，利用尺規作圖在 $\overline{AB}$ 上找一點 C ，使得 $\overline{AC} : \overline{AB} = 3 : 5$ 。

解

A ————— B 共長 5 格

放大 7 如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ ，且 M_1 與 M_2 為截線，若 $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{BC} = \overline{AD} = 3$ ， $\overline{BE} = 4$ ，則 $\overline{CF}$ 的長為何？

解

小組討論：如右圖，已知 $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ ，且 M_1 與 M_2 為截線，若 $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{BC} = \overline{AD} = 3$ ， $\overline{BE} = 4$ ，則 $\overline{CF}$ 的長為何？



解：
 $\because L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ ，
 $\therefore \overline{AB} : \overline{BC} = \overline{DE} : \overline{EF}$ ，
 $\therefore \overline{AB} : \overline{BC} = \overline{DE} : \overline{EF} = 2 : 3$ ，
 $\therefore \overline{DE} : \overline{EF} = 2 : 3$ ，
 $\therefore \overline{DE} = 2$ ，
 $\therefore \overline{CF} = 10$ 。

解

1-3

縮放與相似

- 縮放圖形
- 相似多邊形
- 相似三角形判定性質

主題 1 縮放圖形

學習時光

我們已經學過如何放大或縮小一個圖形。

2 倍放大

1 倍縮小

原長 2 倍

原長 1 倍

原長 1 倍

在國小我們曾經利用影印機或其他方法，將一個圖形進行放大或縮小（簡稱縮放）。圖形經過縮放後可能大小不一樣，但形狀是維持不變的。

如圖 1，如果用手電筒（光線）照射一個圖形，在牆上會產生它的一個影子。圖形與影子就是縮放的關係。此時手電筒（光線）、圖形上的點和影子上的對應點會在同一條直線上。



圖 1

如果在平面上選定一點 O ，再任意取一點 A ，我們可以在 $\overline{OA}$ 上找到一點 A' ，使得 $\overline{OA'} = 3\overline{OA}$ ，如圖 2。

我們說 A' 是以 O 為中心，將 A 與 O 的距離縮放為 3 倍的對應點，而 $\overline{OA'} : \overline{OA}$ 的比值 3 就稱為縮放倍率。



圖 2

角的縮放

問題探索 角的縮放（可搭配附件 2 操作）

如圖 7，已知 $\angle ACB$ 及內部一點 O ，以 O 為中心，分別將 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OC}$ 縮放 3 倍後，得到對應點 A' 、 B' 、 C' ，連接 $\overline{CA'}$ 、 $\overline{CB'}$ 。



圖 7

1. $\angle ACB$ 與 $\angle A'CB'$ 的兩邊會互相平行嗎？

解

2. $\angle 1$ 與 $\angle 3$ 度數相同嗎？

解

3. $\angle 2$ 與 $\angle 4$ 度數相同嗎？

解

4. $\angle A'CB'$ 與 $\angle ACB$ 度數相同嗎？

解

由上面問題探索可知， $\angle ACB$ 縮放 3 倍後的圖形就是 $\angle A'CB'$ ，且 $\angle A'CB' = \angle ACB$ ，事實上，一個角經過縮放後，角的度數不變。

多邊形的縮放



使用手機中的地圖時，常會利用縮放畫面讓我們看得更清楚，你知道地圖縮放後有什麼變化嗎？

將一個平面圖形上所有的點與縮放中心的距離都縮小一縮放倍率縮放後，所得到的對應點形成的圖形，就稱為原來圖形的縮放圖形。因為線段縮放之後仍然是線段，所以要畫一個多邊形的縮放圖形，只要先將多邊形的各頂點與縮放中心的距離縮放後，再將對應點用線段連接，就是它的縮放圖形。

如圖 8，以 O 為中心，要畫出 $\triangle ABC$ 縮放 2 倍後的圖形，只要先將 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 、 $\overline{OC}$ 以 O 為中心縮放 2 倍後，分別得到對應點 D 、 E 、 F ，再以線段連接，則 $\triangle DEF$ 就是 $\triangle ABC$ 縮放 2 倍後的圖形。

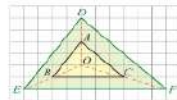


圖 8

線段的縮放

問題探索 線段的縮放（可搭配附件 1 操作）

已知 O 、 A 、 B 為平面上三點：

1. 如圖 3，以 O 為中心，分別將 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 縮放 2 倍後，得到對應點 A' 與 B' ，連接 $\overline{AB}$ 與 $\overline{A'B'}$ 。

(1) $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 與 $\overline{OA'}$ 、 $\overline{OB'}$ 是否相等？

解

(2) $\overline{A'B'}$ 與 $\overline{AB}$ 是否平行？

解

(3) $\overline{A'B'}$ 的長度是 $\overline{AB}$ 的幾倍？

解

2. 如圖 4，在 $\overline{AB}$ 上任選取一點 P ，連接 $\overline{OP}$ 與 $\overline{A'B'}$ 交於 P' 點。

(1) $\overline{OP'}$ 的長度是 $\overline{OP}$ 的幾倍？

解

(2) 以 O 為中心，將 $\overline{OP}$ 縮放 2 倍後，得到的對應點是 P' 嗎？

解

3. 如圖 5， $\overline{A'B'}$ 上任一點 Q' ，連接 $\overline{OQ'}$ 與 $\overline{AB}$ 交於 Q 點，那麼以 O 為中心，將 $\overline{OQ}$ 縮放幾倍後，得到的對應點是 Q' ？

解



圖 3



圖 4

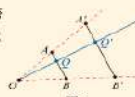


圖 5

由問題探索可知：

(1) 若以 O 為中心，則在 $\overline{AB}$ 上任取一點 P ，將 $\overline{OP}$ 縮放 2 倍後，得到的對應點都會落在 $\overline{A'B'}$ 上。

(2) 若以 O 為中心，則對於 $\overline{A'B'}$ 上任一點 Q' ，都可以在 $\overline{AB}$ 上找到一點 Q ，使得 $\overline{OQ'} = 2\overline{OQ}$ 。

此時 $\overline{A'B'}$ 縮放 2 倍後的圖形就是 $\overline{AB}$ ，且 $\overline{A'B'} \parallel \overline{AB}$ ， $\overline{A'B'} = 2\overline{AB}$ 。

若要畫一條線段經過縮放後的圖形，只要將此線段兩端點與縮放中心的距離進行縮放，再將兩個對應點連接成線段，就得到縮放後的圖形。

放大 縮放練習 重新布局



畫出以 O 為中心，將 $\overline{AB}$ 縮放 $\frac{1}{2}$ 後的圖形。

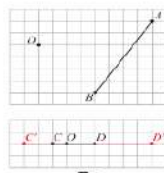


圖 6

而當縮放中心恰好在线段上，要畫出此線段縮放後的圖形，方法也是一樣的。如圖 6， O 在 $\overline{CD}$ 上，以 O 為中心，將 $\overline{CD}$ 縮放 3 倍的圖形也是一條線段，且與原線段在同一條線上，即 $\overline{CD'}$ 。

Key point

線段的縮放

- 線段經過縮放後形成的圖形仍然是線段。
- 縮放後的線段與原線段平行（或兩線段在同一直線上）。
- 縮放 r 倍後的線段長度為原來的 r 倍。

同樣的，射線經過縮放後形成的圖形仍然是射線，且縮放後的射線與原來的射線平行（或兩射線在同一直線上）；直線經過縮放後形成的圖形仍然是直線，且縮放後的直線與原來的直線平行（或兩直線重合）。