



第 1 章 負數

1-1 負數的意義

1. 影片時間 6:44 出現了很多寄居蟹殼的碎片，這些是被誰敲碎的呢？

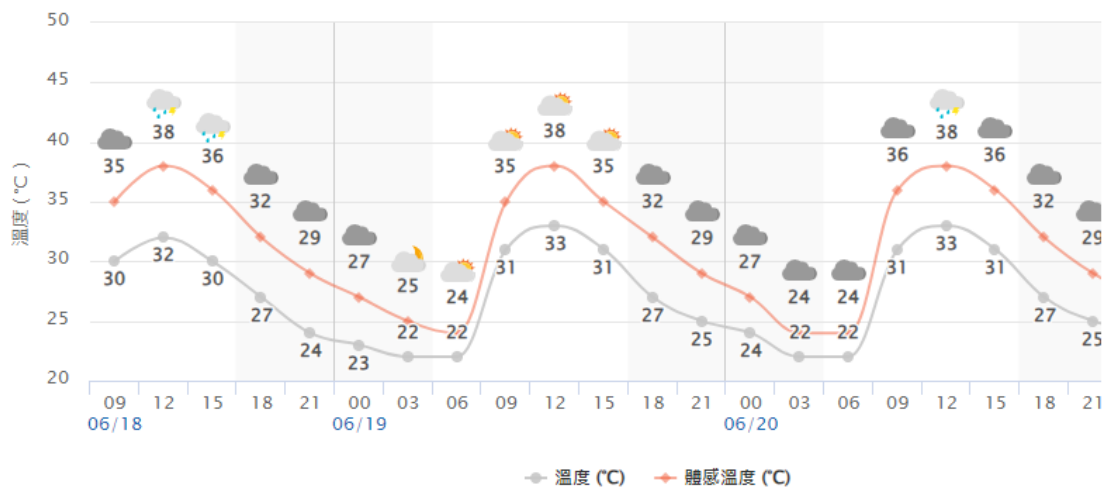
赤翡翠。

這個把石頭當作鐵砧的獨門絕招太令人驚奇了！

讓人忍不住想再看一次！你會怎麼做呢？將時間前拉至 7:41。



2. 太魯閣國家公園天祥管理站溫度曲線如下圖，6/19 的體感溫度，上午 6 點 24 度，中午 12 點 38 度，下午 6 點 32。從上午 6 點到中午 12 點溫度上升 14 度，從中午 12 點到下午 6 點溫度下降 6 度，6/20 上午 3 點才回到 6/19 上午 6 點的溫度。



1-2 正負數的加減法運算

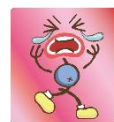
學校實施學生榮譽制度，

有好的表現就給「優點卡」鼓勵，

不好的表現就給「缺點卡」警惕。

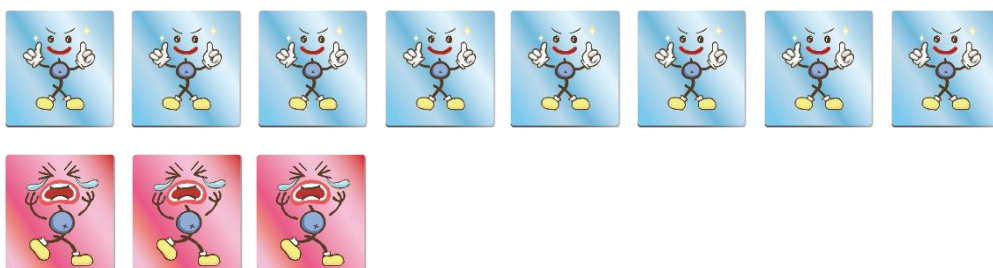
一張缺點卡可以和一張優點卡互相抵銷。

功過相抵



優點卡 缺點卡

1. 阿志收到優點卡 8 張和缺點卡 3 張，經過互相抵銷後，結算結果會是優點卡 3 張。



$$\begin{aligned} & \text{優點卡 } 8 \text{ 張} + \text{缺點卡 } 3 \text{ 張} \\ = & \text{優點卡 } (5) \text{ 張} + \text{優點卡 } (3) \text{ 張} + \text{缺點卡 } 3 \text{ 張} \\ = & \text{優點卡 } (5) \text{ 張} \end{aligned}$$

互相抵銷

將優點卡 8 張簡記為「正 8」，缺點卡 3 張簡記為「負 3」，化簡為

$$\begin{aligned} & \text{正 } 8 + \text{負 } 3 \\ = & (\text{正 } 5) + (\text{正 } 3) + \text{負 } 3 \\ = & (\text{正 } 5) \end{aligned}$$

互相抵銷

將「正 8」簡記為「+8」，「負 3」簡記為「-3」，化簡為

$$\begin{aligned} & (+8) + (-3) \\ = & (+5) + (+3) + (-3) \\ = & (+5) \end{aligned}$$

互相抵銷

將「正號」省略，「+1」簡記為「1」，化簡為

$$\begin{aligned} & 8 + (-3) \\ = & (5) + (3) + (-3) \\ = & (5) \end{aligned}$$

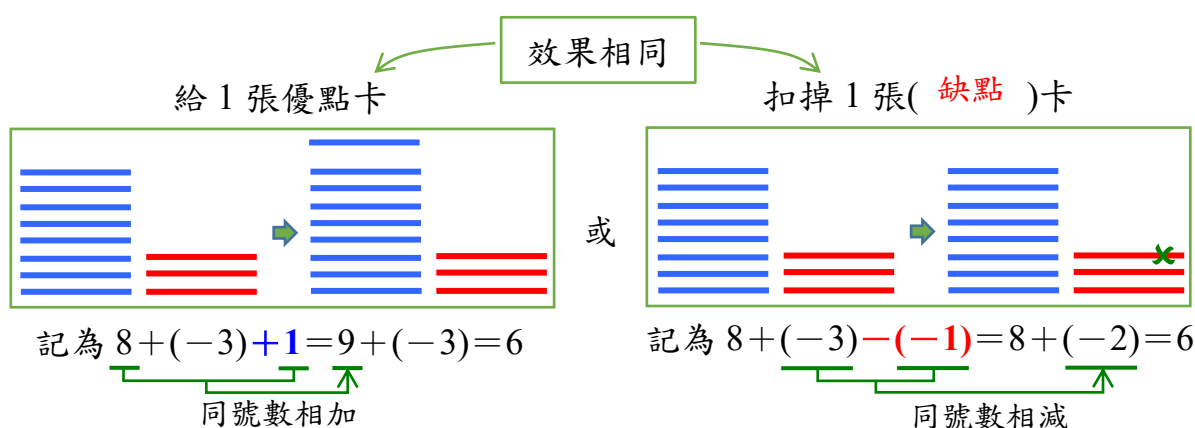
互相抵銷

2. 小雪結算也是 5 張優點卡，你認為小雪優點卡和缺點卡各有幾張？

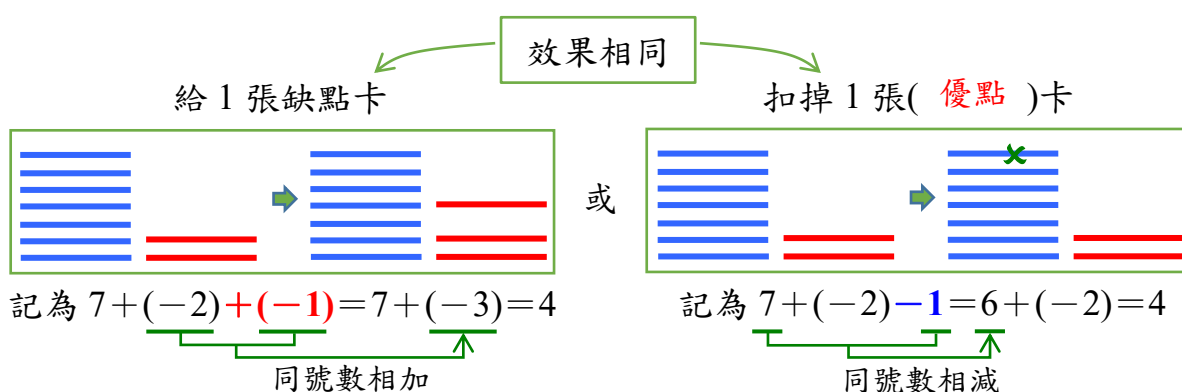
有幾種可能呢？無限多種，請寫出 3 種不同的可能：

優點 5 張+缺點 0 張；優點 7 張+缺點 2 張；優點 9 張+缺點 4 張

3. 阿志做了一件好事，老師想給 1 張優點卡，可是優點卡剛好用完了，老師還可以怎麼做呢？（跟給 1 張優點卡的效果相同）



4. 小雪不小心犯錯，老師想給 1 張缺點卡，可是缺點卡沒了，老師還可以怎麼做呢？（跟給 1 張缺點卡的結果相同。）



5. 結論：

(1) 加 1 = 減負 1；加負 1 = 減 1。

$+1 = -(-1)$ ； $+(-1) = -1$

加上 1 個數，就等於減去這個數的相反。

反過來講也對喔！

(2) 減負 1 = 加 1；減 1 = 加負 1。

$-(-1) = +1$ ； $-1 = +(-1)$

減去 1 個數，就等於加上這個數的相反。

6. 同號數相加直接加

(1) 14 (2) -12 (3) -15

(1) 4 (2) -1 (3) -4

(1) 3 (2) -1 (3) -5

(3) -2 (4) 5

(3) 9 (4) -13

1-3 正負數的乘除法運算

1. 結算後，阿美有優點卡 2 張，小宣有缺點卡 6 張。

阿美

小宣

小宣：我有 6 張，你只有 2 張，我是你的 3 倍多！

阿美：只看卡片數量，你確實是我的 3 倍，可是...



你的卡片和我的卡片，在意義上剛好**相反**喔！

幾倍應該怎麼講？我們來討論一下！

(1) **優點卡** 6 張是**優點卡** 2 張的幾倍呢？ 3 倍

直接做除法

$$\begin{array}{c} \text{=====} \\ \text{=====} \\ \text{=====} \\ \text{=====} \end{array} \div \begin{array}{c} \text{=====} \\ \text{=====} \end{array} = (3)$$

記為 $6 \div 2 = (3)$

用乘法算！

$$\begin{array}{c} \text{=====} \\ \text{=====} \\ \text{=====} \\ \text{=====} \end{array} = \begin{array}{c} \text{=====} \\ \text{=====} \end{array} \times (3)$$

記為 $6 = 2 \times (3)$

(2) **缺點卡** 6 張是**缺點卡** 2 張的幾倍呢？ 3 倍

$$\begin{array}{c} \text{=====} \\ \text{=====} \\ \text{=====} \\ \text{=====} \end{array} \div \begin{array}{c} \text{=====} \\ \text{=====} \end{array} = (3)$$

記為 $(-6) \div (-2) = (3)$

$$\begin{array}{c} \text{=====} \\ \text{=====} \\ \text{=====} \\ \text{=====} \end{array} = \begin{array}{c} \text{=====} \\ \text{=====} \end{array} \times (3)$$

記為 $(-6) = (-2) \times (3)$

(3) **優點卡** 6 張是**缺點卡** 2 張**相反的** 3 倍，簡記為 -3 倍。

$$\begin{array}{c} \text{=====} \\ \text{=====} \\ \text{=====} \\ \text{=====} \end{array} \div \begin{array}{c} \text{=====} \\ \text{=====} \end{array} = \text{相反的} 3 \text{ 倍}$$

記為 $6 \div (-2) = (-3)$

$$\begin{array}{c} \text{=====} \\ \text{=====} \\ \text{=====} \\ \text{=====} \end{array} = \begin{array}{c} \text{=====} \\ \text{=====} \end{array} \times \text{相反的} 3 \text{ 倍}$$

記為 $6 = (-2) \times (-3)$

(4) **缺點卡** 6 張是**優點卡** 2 張**相反的** 3 倍，簡記為 -3 倍。

$$\begin{array}{c} \text{=====} \\ \text{=====} \\ \text{=====} \\ \text{=====} \end{array} \div \begin{array}{c} \text{=====} \\ \text{=====} \end{array} = \text{相反的} 3 \text{ 倍}$$

記為 $(-6) \div 2 = (-3)$

$$\begin{array}{c} \text{=====} \\ \text{=====} \\ \text{=====} \\ \text{=====} \end{array} = \begin{array}{c} \text{=====} \\ \text{=====} \end{array} \times \text{相反的} 3 \text{ 倍}$$

記為 $(-6) = 2 \times (-3)$

2. **結論：**

(1) 性質相同的兩個數字，用 正 來表現倍數。

(2) 性質相反的兩個數字，用 負 來表現相反的倍數。

練習用前面學到的想法，算一算！

3. 乘法：幾倍

(1) 5×3 $= -15$ 5 是正數， 3 倍後還是正數。	(2) $(-4) \times 6$ $= -24$ (-4) 是負數， 6 倍後還是負數。	(3) 2×7 $= 14$	(4) $(-9) \times 8$ $= -72$
--	--	----------------------------	--------------------------------

4. 乘法：相反的幾倍

(1) $6 \times (-2)$ $= -12$ 6 是正數， 相反的 2 倍後， 變成負數。	(2) $(-7) \times (-5)$ $= 35$ (-7) 是負數， 相反的 5 倍後， 變成正數。	(3) $3 \times (-4)$ $= -12$	(4) $(-8) \times (-6)$ $= 48$
--	---	--------------------------------	----------------------------------

5. 除法：被除數是除數的幾倍

(1) $12 \div 4$ $= 12$ 是 4 的幾倍 $= (3)$ $12 = 4 \times (3)$	(2) $(-54) \div (-9)$ $= (-54)$ 是 (-9) 的幾倍 $= (6)$ $-54 = (-9) \times (6)$
(3) $28 \div (-7)$ $= 28$ 是 (-7) 的幾倍 $= (-4)$ $28 = (-7) \times (-4)$	(4) $(-30) \div 6$ $= (-30)$ 是 6 的幾倍 $= (-5)$ $-30 = 6 \times (-5)$

6. 結論：

- (1) 同號數相乘/相除，結果是正數。
- (2) 異號數相乘/相除，結果是負數。

7. 相反數

$5 + (-5) = \underline{0}$ ，正數和負數具有相反且互相抵銷的關係，
像 5 和 (-5) 這樣彼此相反，且數值相等兩個數字，相加會等於 0，
被稱為互為**相反數**。

練習一下！

(1) 8 的相反數 = <u>-8</u> 。	(2) (-7) 的相反數 = <u>7</u> 。	(3) 0 有相反數嗎？ <u>有</u> ， 0 的相反數會是 <u>0</u> 。
-----------------------------	---------------------------------	--

$$6 \times (-1) = \underline{-6}, \quad (-6) \times (-1) = \underline{6}。$$

數字乘以 (-1) 可以將數字變成性質相反的數字，

再乘一次 (-1) 就可以變回原有的性質，

$$\text{所以，數字 } -(-(-(-(-(-6)))))) = \underline{-6}。$$

奇數個負號結果會是 負 號，偶數個負號結果會是 正 號。

之前在做減法運算的時候，

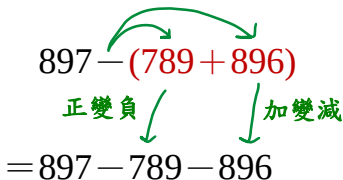
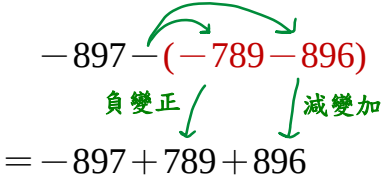
有提到「減去 1 個數，就等於加上這個數的**相反**」，

這個數字就是**相反數**！

已經知道如何進行兩個正負數的相加、相減、相乘或相除的運算，
三個數字以上的混和運算呢？我們來試試看！

1-4 正負數的四則運算

計算之前，先想一下，誰先算比較好算，或是，誰應該先算！

1. $-65 + (-29) + 66$ $= -65 + 66 + (-29)$ $= 1 + (-29) = -28$	2. $-37 - 58 - (-58)$ $= -37 - 58 + 58$ $= -37$
3. $-2 \times (-89) \times 5$ $= -2 \times 5 \times (-89)$ $= 890$	4. $-35 \div (-29) \times (-29)$ $= \frac{35}{29} \times (-29) = -35$
5. $-4 - (-3) \times 5$ $= -4 - (-15)$ $= -4 + 15 = 11$	6. $-9 + 7 \times (-6)$ $= -9 + (-42)$ $= -51$
7. $897 - (789 + 896)$ 括號先算？ 不好算！先拆括號！ 減去一個數， 等於加上這個數的相反數。 $897 - (789 + 896)$ $= 897 + (- (789 + 896))$ $= 897 + (-789) + (-896)$ $= 897 - 789 - 896$ $= 1 - 789 = -788$ 跳過中間的步驟就變成：  $897 - (789 + 896)$ $= 897 - 789 - 896$	8. $-897 - (-789 - 896)$ 括號先算？ 不好算！先拆括號！ 減去一個數， 等於加上這個數的相反數。 $-897 - (-789 - 896)$ $= -897 + (-(-789 - 896))$ $= -897 + 789 + 896$ $= -1 + 789 = 788$ 跳過中間的步驟就變成：  $-897 - (-789 - 896)$ $= -897 + 789 + 896$

9. **結論：**減去一個括號，就是把括號中的正負或加減**變相反**！

10. 357×999

直接算不好算！

改寫後再分開算！

$$357 \times 999$$



$$= 357 \times (1000 - 1)$$

$$= 357 \times 1000 - 357 \times 1$$

$$= 357000 - 357 = 356643$$

11. $564 \times 998 + 564 \times 2$

直接算不好算！

合併後再一起算！

$$564 \times 998 + 564 \times 2$$

$$= 564 \times (998 + 2)$$

$$= 564 \times 1000 = 564000$$

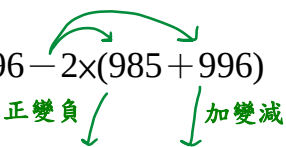
12. $4 \times 996 - 2 \times (985 + 996)$

直接算不好算！

先拆括號分開算，再一起算！

減去一個數，

等於加上這個數的相反數。



$$4 \times 996 - 2 \times (985 + 996)$$

$$= 4 \times 996 - 2 \times 985 - 2 \times 996$$

$$= 996 \times (4 - 2) - 2 \times 985$$

$$= 996 \times 2 - 2 \times 985$$

$$= 2 \times (996 - 985)$$

$$= 2 \times 11 = 22$$

13. $743 \times 369 - 741 \times 370$

直接算不好算！

想個好方法再算！

$$743 \times 369 - 741 \times 370$$

$$= 741 \times 369 + 2 \times 369$$

$$- 741 \times 369 - 741 \times 1$$

$$= 2 \times 369 - 741 \times 1$$

$$= 738 - 741 = -3$$

14. 已知 $10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 = 240240$ ，

則 $(-11) \times (-12) \times (-13) \times (-14) \times (-15) = ?$

$$= -(11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15)$$

$$= -(11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15) \times 10 \div 10$$

$$= -(10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14) \times 15 \div 10$$

$$= -240240 \times 15 \div 10$$

$$= -24024 \times 15$$

$$= -360360$$

再練習一下！

15. $(-8) + (-2) \times (-3)$ $= (-8) + 6 = -2$	16. $12 \div (-3) - 2 \times (-3)$ $= (-4) - (-6) = -4 + 6 = 2$
17. $19 - (-2) \times [(-12) - 7]$ $= 19 - (-2) \times (-19)$ $= 19 - 38 = -19$	18. $12 - 7 \times (-32) + 16 \div (-4)$ $= 12 - (224) + (-4)$ $= (-212) + (-4) = -216$
19. $(-12) + (-18) \div (-6) - (-3) \times 2$ $= (-12) + 3 - (-6)$ $= (-12) + 3 + 6 = -3$	
20. $9 + (-2) \times [18 - (-3) \times 2] \div 4$ $= 9 + (-2) \times [18 - (-6)] \div 4$ $= 9 + (-2) \times 24 \div 4 = 9 + (-12) = -3$	