

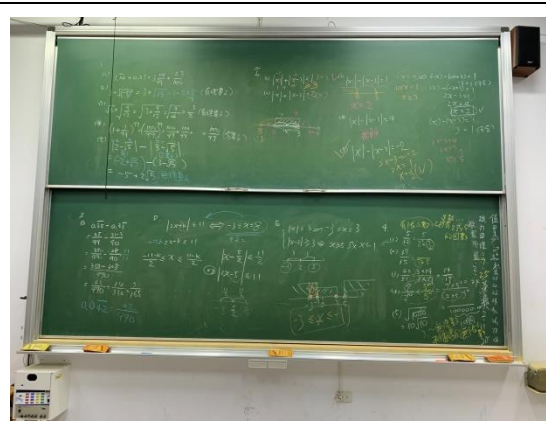
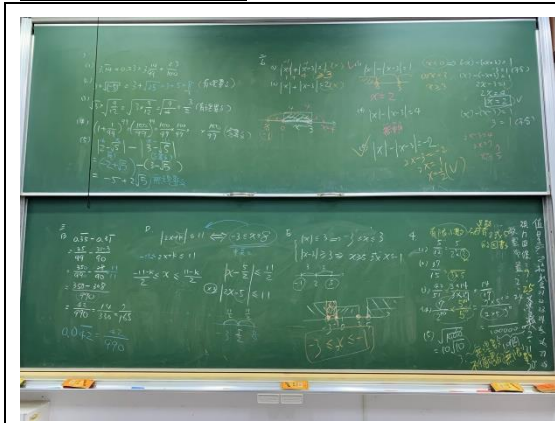
版本：龍騰版數學

單元：單元 2 絕對值

時間：2025/10/01 09:10~10:00

地點：401 教室

觀課後資料整理



重點整理

一、實數的絕對值

1. 絕對值的幾何意義

對於任意實數 a, b ：

(1) $|a|$ 表示 a 與原點的距離。

① $a \geq 0$ 時， $|a| = a$ 。例： $|3| = 3$ ， $|\sqrt{6}| = \sqrt{6}$ 。

② $a < 0$ 時， $|a| = -a$ 。（ $-a$ 表示 a 變號一次，並不表示 $-a$ 為負數）

例： $|-5| = -(-5) = 5$ ， $|\sqrt{7}| = -(-\sqrt{7}) = \sqrt{7}$ 。

(2) $|a - b|$ 表示數線上 a 與 b 的距離。

例： $|8 - 2| = 6$ ，表示 8 與 2 的距離為 6。

$$|8 - 2| = |2 - 8| = 6$$



2. 絕對值的性質

設 a, b 是任意實數，則有下列性質：

(1) $|a| \geq 0$ 。例： $|3| = 3 \geq 0$ ， $|0| = 0 \geq 0$ ， $|-2| = 2 \geq 0$ 。

(2) $|a| = |-a|$ 。例： $|5| = 5$ ， $|-5| = 5$ ，即 $|5| = |-5|$ 。

(3) $|ab| = |a||b|$ ； $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$ （當 $b \neq 0$ 時）。

例： $|3 \cdot 2| = |3||2|$ ， $|-5 \cdot 4| = |-5||4|$ ；

$$\left|\frac{5}{4}\right| = \frac{|5|}{|4|}，\left|\frac{3}{-2}\right| = \frac{|3|}{|-2|}。$$

(4) $|a - b| = \begin{cases} a - b, & \text{當 } a \geq b \\ b - a, & \text{當 } a < b \end{cases}$ 。

例： $|3-1|=3-1$ ， $|5-5|=5-5$ ， $|2-7|=7-2$ 。

二、含絕對值符號的一次方程式與不等式

1. 方程式：只有一個絕對值符號時，直接去絕對值符號，另一端取正負號即可。即 $|x|=a$ ， $a>0$ ，則 $x=\pm a$ 。

例：(1) $|x|=5$ ，則 $x=\pm 5$ 。

(2) $|x-2|=5$ ，則 $x-2=\pm 5$ ， $x=7$ 或 -3 。

2. 不等式：只有一個絕對值符號時，直接去絕對值符號，依下列規則解之。

(1) $|x|<a$ 且 $a>0$ ，則 $-a<x<a$ ，記為 $(-a, a)$ 。

(2) $|x|\leq a$ 且 $a>0$ ，則 $-a\leq x\leq a$ ，記為 $[-a, a]$ 。

(3) $|x|>a$ 且 $a>0$ ，則 $x<-a$ 或 $x>a$ ，記為 $(-\infty, -a)\cup(a, \infty)$ 。

(4) $|x|\geq a$ 且 $a>0$ ，則 $x\leq -a$ 或 $x\geq a$ ，記為 $(-\infty, -a]\cup[a, \infty)$ 。

自我省思與改進

1. 要能理解絕對值的幾何意義，例如： $|x-a|=3$ 代表的幾何意義是 x 到 a 的距離等於 3，由此可以算出 $x=a\pm 3$ 。

2. 如果進入不等式的單元，用幾何方法比較好去理解求解 x 的範圍，

例如： $|x-a|<3$ 代表的幾何意義是 x 到 a 的距離小於 3，由此可以算出 $a-3<x<a+3$ 。

3. 解不等式的口訣：「小於看中間，大於看兩邊」。

例如： $|x-a|<3$ 的答案是 $a-3<x<a+3$ ， x 的範圍介於 $a-3$ 和 $a+3$ 之間。

例如： $|x-a|>3$ 的答案是 $x<a-3$ 或 $x>a+3$ ， x 的範圍是兩段式。

4. 我覺得解不等式最重要的精神是要能理解「幾何意義」，當然也是可以利用代數解法，老師上課時可以將兩種方法都清楚呈現，讓學生可以自行練習應用。