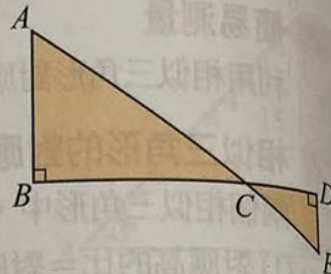


1-4 相似三角形的應用

自我評量

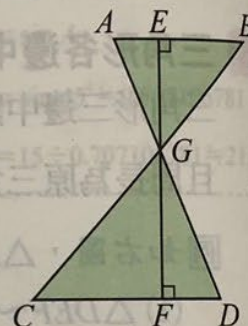
- 1 如右圖，已知 A 、 C 、 E 三點在同一直線上， B 、 C 、 D 三點在同一直線上，且 $\overline{AB}$ 、 $\overline{DE}$ 分別與 $\overline{BD}$ 垂直。若 $\overline{AB}=10$ 、 $\overline{DE}=4$ 、 $\overline{BD}=21$ ，則 $\overline{BC}=?$



P.65 例 2

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDC$ 中
 $\because \angle B = \angle D, \angle ACB = \angle ECD$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle EDC$ (AA 相似性質)
 設 $\overline{BC}=x$, $\overline{CD}=21-x$
 $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{CD}$, $10 : 4 = x : (21-x)$
 $4x = 210 - 10x$, $14x = 210$, $x = 15$
 故 $\overline{BC}=15$

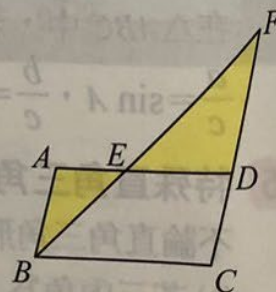
- 2 如右圖， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AD}$ 與 $\overline{BC}$ 相交於 G 點，過 G 點作 $\overline{EF} \perp \overline{AB}$ ，交 $\overline{AB}$ 於 E 點、交 $\overline{CD}$ 於 F 點。已知 $\overline{AB}=12$ ， $\overline{CD}=16$ ， $\overline{EF}=21$ ，則 $\triangle ABG$ 與 $\triangle DCG$ 的面積分別是多少？



P.66 例 3

在 $\triangle ABG$ 和 $\triangle DCG$ 中
 $\because \overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\therefore \angle A = \angle D, \angle B = \angle C$
 故 $\triangle ABG \sim \triangle DCG$ (AA 相似性質)
 則 $\overline{EG} : \overline{GF} = \overline{AB} : \overline{CD} = 12 : 16 = 3 : 4$
 $\overline{EG} = 21 \times \frac{3}{3+4} = 9$, $\overline{GF} = 21 - 9 = 12$
 故 $\triangle ABG$ 面積 $= \frac{1}{2} \times 12 \times 9 = 54$
 $\triangle DCG$ 面積 $= \frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96$

- 3 如右圖，四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形， E 點在 $\overline{AD}$ 上，且 $\overline{BE}$ 與 $\overline{CD}$ 相交於 F 點。若 $\overline{BC}=10$ 、 $\overline{DE}=6$ ，則 $\triangle ABE$ 面積： $\triangle DFE$ 面積為多少？



P.68 例 4

$\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{DE} = 10 - 6 = 4$
 $\because \overline{AB} \parallel \overline{CF}$, $\therefore \angle ABE = \angle DFE$
 又 $\angle AEB = \angle DEF$
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle DFE$ (AA 相似性質)
 則 $\triangle ABE$ 面積： $\triangle DFE$ 面積 $= \overline{AE}^2 : \overline{DE}^2 = 4^2 : 6^2 = 4 : 9$

- 4 如右圖， $\triangle ABC$ 為邊長 12 的正三角形，且 D 、 E 、 F 分別為 $\triangle ABC$ 各邊中點， G 、 H 、 I 分別為 $\triangle DEF$ 各邊中點，則：

(1) 圖中所有線段長的和。 (2) $\triangle DEF$ 的面積。

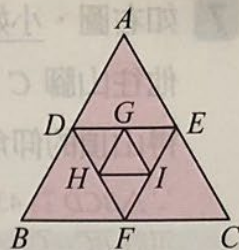
(1) 所有線段長之和 = $\triangle ABC$ 周長 + $\triangle DEF$ 周長 + $\triangle GHI$ 周長

$$= 3 \times 12 + \frac{1}{2} \times 3 \times 12 + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 12 \right)$$

$$= 36 + 18 + 9$$

$$= 63$$

(2) $\triangle ABC$ 面積 = $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 = 36\sqrt{3}$ ， $\triangle DEF$ 面積 = $\frac{1}{4} \triangle ABC$ 面積 = $9\sqrt{3}$



P.69 隨堂

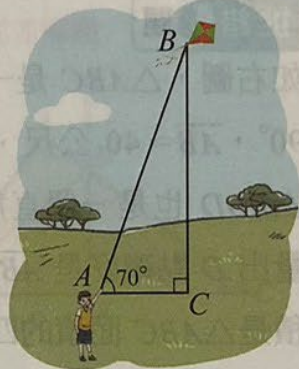
- 5 如右圖，已知小翊繫著風箏的線長 ($\overline{AB}$) 為 50 公尺，且風箏線與水平線的夾角為 70° ，試問風箏的高度 ($\overline{BC}$) 為多少公尺？(利用計算機計算並以四捨五入法取至整數位)

設 $\overline{BC} = x$ 公尺

$$\therefore \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \sin A$$

$$\therefore \frac{x}{50} = \sin 70^\circ \approx 0.93969262$$

$$x = 50 \times 0.93969262 = 46.984631 \approx 47 \text{ (公尺)}$$



P.73 例 6

- 6 直角 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，則：

(1) $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = ?$ (2) 若 $\triangle ABC$ 的面積為 $8\sqrt{3}$ ，則 $\triangle ABC$ 的周長為何？

$\therefore$ 直角 $\triangle ABC$ 為 30° 、 60° 、 90° 的直角三角形

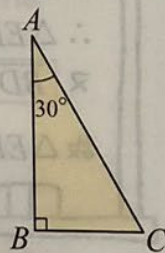
$$\therefore \overline{AB} : \overline{BC} : \overline{AC} = \sqrt{3} : 1 : 2$$

$$(1) \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

(2) 設 $\overline{BC} = m$ ，則 $\overline{AB} = \sqrt{3}m$ ， $\overline{AC} = 2m$ ($m \neq 0$)

$$\frac{1}{2} \times m \times \sqrt{3}m = 8\sqrt{3}, m = \pm 4 \text{ (負不合)}$$

$$\text{所以 } \triangle ABC \text{ 周長} = 4\sqrt{3} + 4 + 8 = 12 + 4\sqrt{3}$$



P.75 例 7

3 利用相似三角形進行測量 (10分)

p.64 例1 p.65 例2

已知小翊的眼睛離地面高度為140公分，爸爸的
眼睛離地面高度為175公分，兩人相距360公分
站立著。若要在兩人之間的地面上平放一面鏡
子，使小翊和爸爸可以透過鏡子相視，則鏡子應
放在距離爸爸多少公分處？(不計鏡子寬度)

設小翊眼睛離地面高度為 $\overline{AB}$ ，爸爸的眼睛離地面高度為 $\overline{CD}$

鏡子位於 E 點， $\overline{DE}=x$ 公分

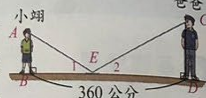
根據光的反射定律，可得 $\angle 1 = \angle 2$

又 $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ，所以 $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ (AA相似性質)

可知 $\overline{AB} : \overline{CD} = \overline{BE} : \overline{DE}$ ， $140 : 175 = (360 - x) : x$

$4 : 5 = (360 - x) : x$ ， $x = 200$

答：200公分



4 相似三角形的邊長與面積關係 (每題10分，共30分)

p.68 例4

如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AD} : \overline{DB} = 4 : 3$ ，則：

(1) $\overline{AE} : \overline{EC} = ?$

(2) $\triangle ADE$ 周長： $\triangle ABC$ 周長 = ?

(3) 若 $\triangle ABC$ 面積為 $\frac{49}{2}$ 平方公分，則 $\triangle ADE$ 面積 = ?

(1) $\because \overline{DE} \parallel \overline{BC}$

$\therefore \overline{AE} : \overline{EC} = \overline{AD} : \overline{DB} = 4 : 3$

(2) $\because \triangle ADE \sim \triangle ABC$ (AA相似性質)

$\therefore \triangle ADE$ 周長： $\triangle ABC$ 周長 = $\overline{AD} : \overline{AB} = 4 : 7$

(3) $\because \triangle ADE$ 面積： $\triangle ABC$ 面積 = $4^2 : 7^2 = 16 : 49$

$\therefore \triangle ADE$ 面積： $\frac{49}{2} \times \frac{16}{49} = 8$ (平方公分)

故 $\triangle ADE$ 面積 = $\frac{49}{2} \times \frac{16}{49} = 8$ (平方公分)

答：(1) 4:3 (2) 4:7 (3) 8平方公分



5 直角三角形的邊長比值 (每題4分，共12分)

p.72 例5

如右圖，在直角 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle C = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 13$ ，
 $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AC} = 12$ 。求下列各比值，並以 $\sin A$ 、 $\cos A$ 、
 $\tan A$ 表示。

(1) $\frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\angle A \text{ 的鄰邊長}} = ?$

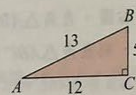
(2) $\frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\text{斜邊長}} = ?$

(3) $\frac{\angle A \text{ 的鄰邊長}}{\text{斜邊長}} = ?$

(1) $\frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\angle A \text{ 的鄰邊長}} = \frac{5}{12}$ ，即 $\tan A = \frac{5}{12}$

(2) $\frac{\angle A \text{ 的對邊長}}{\text{斜邊長}} = \frac{5}{13}$ ，即 $\sin A = \frac{5}{13}$

(3) $\frac{\angle A \text{ 的鄰邊長}}{\text{斜邊長}} = \frac{12}{13}$ ，即 $\cos A = \frac{12}{13}$



6 直角三角形的生活問題 (10分)

p.73 例6

一部雲梯消防車之部分長度如右圖所示，
其中雲梯($\overline{AB}$)長為30公尺，當雲梯與水
平面成 35° 時，A點離地面的高度為多少
公尺？(利用計算機，以四捨五入法求到
小數點後第1位)

A點離地面的高度為 $\overline{AC} + \overline{CD}$

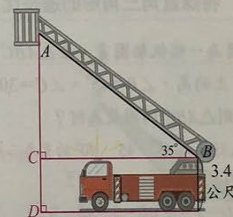
$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \sin 35^\circ \approx 0.573576436$

(計算機操作： $\text{AC} \rightarrow 35 \rightarrow \sin$ ，螢幕顯示為 0.573576436)

$\overline{AC} \approx \overline{AB} \times 0.573576436 = 30 \times 0.573576436 = 17.20729308 \approx 17.2$

所以 $\overline{AC} + \overline{CD} = 17.2 + 3.4 = 20.6$ (公尺)

答：20.6公尺

7 30° 、 60° 、 90° 直角三角形的邊長比 (每題4分，共8分)

p.75 隨堂練習

如右圖，直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ 。若 $\overline{AB} = 10$ 公
分，則直角 $\triangle ABC$ 的面積與周長各為何？

因為直角 $\triangle ABC$ 的三內角為 30° 、 60° 、 90°

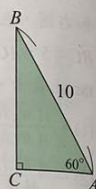
故 $\overline{AC} : \overline{BC} : \overline{AB} = 1 : \sqrt{3} : 2$

又 $\overline{AB} = 10$ ，得 $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 5\sqrt{3}$

所以直角 $\triangle ABC$ 面積 = $\frac{1}{2} \times 5 \times 5\sqrt{3} = \frac{25\sqrt{3}}{2}$ (平方公分)

周長 = $5 + 10 + 5\sqrt{3} = 15 + 5\sqrt{3}$ (公分)

答：面積為 $\frac{25\sqrt{3}}{2}$ 平方公分，周長為 $(15 + 5\sqrt{3})$ 公分



8 特殊直角三角形的邊長比 (10分)

p.76 例8

右圖為一幅帆船圖畫，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AD}$ 為
 $\overline{BC}$ 上的高， $\angle B = 45^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ ，若 $\overline{AD} = 3$ ，則 $\triangle ABC$ 的周長為何？

$\because \triangle ABD$ 為 45° 、 45° 、 90° 的直角三角形

$\therefore \overline{AD} : \overline{BD} : \overline{AB} = 1 : 1 : \sqrt{2}$

又 $\overline{AD} = 3$ ，得 $\overline{BD} = 3$ ， $\overline{AB} = 3\sqrt{2}$

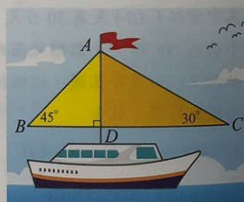
$\because \triangle CAD$ 為 30° 、 60° 、 90° 的直角三角形

$\therefore \overline{AD} : \overline{CD} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{3} : 2$

又 $\overline{AD} = 3$ ，得 $\overline{CD} = 3\sqrt{3}$ ， $\overline{AC} = 6$

所以 $\triangle ABC$ 的周長 = $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 3\sqrt{2} + (3 + 3\sqrt{3}) + 6 = 9 + 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$

答： $9 + 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$



精熟練習

1 利用相似三角形進行測量 (每題6分，共12分)

如右圖，垂直地面且高均為3公尺的兩盞路燈 $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 相距15公尺。已知
小晴身高為120公分，則：

(1) 路燈 $\overline{AB}$ 的光線照射至小晴，所產生的
影子恰為 $\overline{CE}$ ，則 $\overline{CE}$ 為多少公尺？

(2) 路燈 $\overline{CD}$ 的光線照射至小晴，所產生的
影子恰為 $\overline{GE}$ ，則 $\overge$ 為多少公尺？

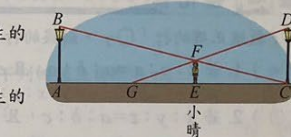
(1) $120 \text{ 公分} = 1.2 \text{ 公尺}$

$\overline{EF} : \overline{AB} = \overline{CE} : \overline{CA}$

$1.2 : 3 = \overline{CE} : 15$

$3\overline{CE} = 18$ ， $\overline{CE} = 6$ (公尺)

答：(1) 6公尺 (2) 4公尺



2 特殊三角形的應用 (9分)

如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 135^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ ，
 $\overline{AB} = 4$ ，求 $\triangle ABC$ 的面積為多少？

延長 $\overline{BC}$ ，並過A點作直線 $\overline{BC}$ 的垂線，且交於D點

$\because \triangle ABD$ 為 45° 、 45° 、 90° 的直角三角形

$\therefore \overline{AD} : \overline{BD} : \overline{AB} = 1 : 1 : \sqrt{2}$

又 $\overline{AB} = 4$ ，得 $\overline{BD} = \overline{AD} = 2\sqrt{2}$

$\because \triangle CAD$ 為 30° 、 60° 、 90° 的直角三角形

$\therefore \overline{AD} : \overline{CD} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{3} : 2$

又 $\overline{AD} = 2\sqrt{2}$ ，得 $\overline{CD} = 2\sqrt{6}$

所以 $\triangle ABC$ 的面積 = $\frac{\overline{BC} \times \overline{AD}}{2} = \frac{(\overline{DC} - \overline{DB}) \times \overline{AD}}{2} = \frac{(2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}) \times 2\sqrt{2}}{2}$

$= \sqrt{2} (2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}) = 4\sqrt{3} - 4$

答： $4\sqrt{3} - 4$

