

重點整理

1. 若 $m \neq 0$ ，則 $a : b : c = ma : mb : mc$ 且 $a : b : c = \frac{a}{m} : \frac{b}{m} : \frac{c}{m}$ 。
2. 若 $x : y : z = a : b : c$ ，即表示 $x : y = a : b$ ， $y : z = b : c$ ， $x : z = a : c$ 。
3. 若 $x : y : z = a : b : c$ ，則通常會假設 $x = ar$ ， $y = br$ ， $z = cr$ ($r \neq 0$)，代入原題目中，將 r 解出後，再代回求解即可。

題型 1 乘積題型

設 $x : y : z = 2 : 3 : 4$ ，且 $xyz = 648$ ，
則 $x^2 : (x+y) : (z-y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 2 兩項和題型

設 $xyz \neq 0$ ，若 $x + y = 2(y + z) = 3(z + x)$ ，
則 $x : y : z = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 3 倒數題型

已知 $4\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = 3\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 6\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right)$ ，
則 $a : b : c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

題型 4 二次假設題型

已知 $a : b : c = 1 : 2 : 3$ ，且 $(x-a) : (y-b) : (z-c) = 4 : 5 : 6$ ，則 $(z-y) : (y-x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

重點整理

1. 若 $x : y : z = a : b : c$ ，則 $x : a = y : b = z : c$ 。
2. 若 $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ ，則 $x : y : z = a : b : c$ 。
3. 若 $ax = by = cz$ ($abc \neq 0$)，則 $x : y : z = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c}$ 。
4. 若 $ax : by : cz = p : q : r$ ($abc \neq 0$)，則 $x : y : z = \frac{p}{a} : \frac{q}{b} : \frac{r}{c}$ 。
5. 若 $x : y : z = a : b : c$ ，則 $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} : \frac{1}{z} = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c}$ 。

題型 1 特殊乘積對稱題型

設 $xyz \neq 0$ ，若 $2xy = 3yz = 4zx$ ，
則 $(xy + yz + zx) : (x^2 + y^2 + z^2)$ 的比值為
_____。

題型 2 金錢類應用題型

已知甲、乙、丙三人錢的比為 $a : b : c$ ，今三人同時將自己錢的一半平均分給另外兩人，最後甲、乙、丙三人錢的比變為 $17 : 19 : 20$ ，則 $a : b : c =$ _____。

題型 3 速率類應用題型

甲、乙、丙三人分別以固定的速度由 A 地走向 B 地，若甲比乙晚 10 分鐘出發，甲出發後 30 分鐘追上乙；丙比乙早 20 分鐘出發，丙出發後 50 分鐘被乙追上，則三人的速率比甲 : 乙 : 丙 = _____。

題型 4 速率類應用題型

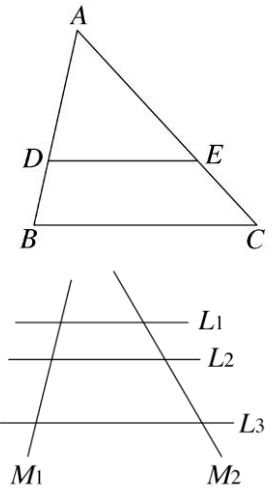
甲、乙、丙三人從 A 地競走到 B 地，若甲、乙、丙三人先以 $2 : 3 : 4$ 的速度前進，當丙到達全程的一半時，甲、乙、丙三人之後的速度比改為 $5 : 4 : 3$ ，則三人中誰最先到達 B 地？
_____。

1-2

比例線段(1)

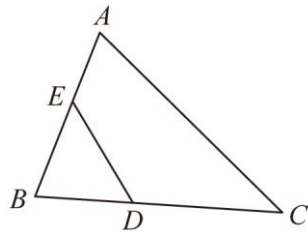
重點整理

- (1) 若兩個三角形的底相等，則其面積比等於其對應高的比。
 (2) 若兩個三角形的高相等，則其面積比等於其對應底邊的比。
- (1) 如右圖，若 D 、 E 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 上一點，且 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，則：
 - ① $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$ 。
 - ② $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$ 。
 - ③ $\overline{DB} : \overline{AB} = \overline{EC} : \overline{AC}$ 。
 - ④ $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{BC}$ 。
- (2) 平行線截等比例線段性質：如右圖，兩條直線 M_1 、 M_2 被另一組平行線 $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ 所截出來的截線段會成比例。
- (3) 如果一條直線將三角形的兩邊截成比例線段，則此直線會與三角形的第三邊平行。



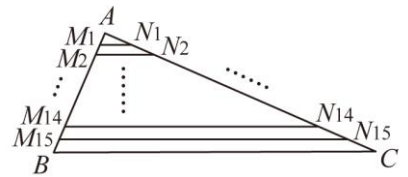
題型1 三角形底邊比與面積的關係

如圖， $\triangle ABC$ 中，
 已知 $\overline{AE} : \overline{BE} =$
 $\overline{BD} : \overline{DC} = a : b$ ，
 且 $\triangle BDE$ 的面積
 為 1 平方單位，則
 $\triangle ABC$ 的面積 =
 _____ 平方單位(以 a 、 b 表示)。



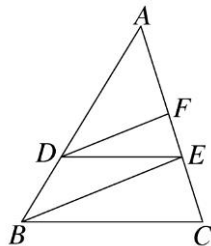
題型2 比例線段的規律問題

如圖， $\triangle ABC$
 中， $\angle A = 90^\circ$ ，
 $\overline{AB} = 50$ ， $\overline{AC} =$
 120，若將 \overline{AB}
 作 16 等分，得到 M_1 、 M_2 、 \dots 、 M_{15} 共 15 個等
 分點；再將 \overline{AC} 作 16 等分，得到 N_1 、 N_2 、 \dots 、
 N_{15} 共 15 個等分點，依序連接 $\overline{M_1N_1}$ 、 $\overline{M_2N_2}$ 、 \dots 、
 $\overline{M_{15}N_{15}}$ ，則 $\overline{M_1N_1} + \overline{M_2N_2} + \dots + \overline{M_{15}N_{15}} =$
 _____。



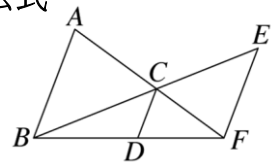
題型3 比例線段的遞移性質

如圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{DF} \parallel \overline{BE}$ ， \overline{DE}
 $\parallel \overline{BC}$ ，若 $\overline{AF} = 4$ ， $\overline{FC} = 5$ ，則 \overline{AE}
 = _____。



題型4 比例線段的特殊公式

如圖，若 $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{EF}$ ，
 試證： $\frac{1}{\overline{AB}} + \frac{1}{\overline{EF}} = \frac{1}{\overline{CD}}$ 。

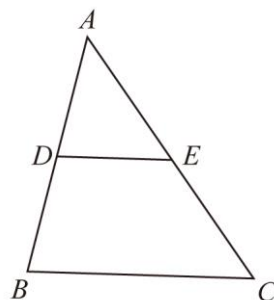


重點整理

1. 三角形兩邊中點連線性質：

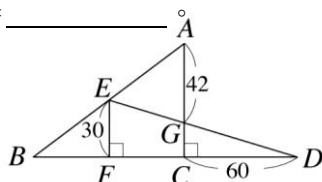
(1) 三角形兩邊中點的連線段必平行於第三邊，且長度為第三邊的一半。如右圖，若 D 、 E 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 的中點，則 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，且 $\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{BC}$ 。

(2) 過三角形一邊中點且平行另一邊的直線必會通過第三邊的中點。如右圖，若 D 為 \overline{AB} 的中點且 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，則 E 也必為 \overline{AC} 的中點。



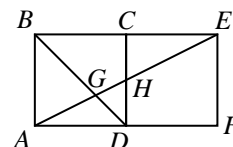
題型1 常見計算題型

如圖，已知 F 為 \overline{BC} 中點， $\overline{AG} = 42$ ， $\overline{EF} = 30$ ， $\overline{CD} = 60$ ，則 $\overline{AB} =$ _____。



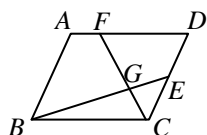
題型2 常見計算題型

如圖，長方形 $ABEF$ 中， $\overline{AF} = 2$ ， $\overline{AB} = 1$ ， C 、 D 分別為 \overline{BE} 、 \overline{AF} 中點， \overline{BD} 與 \overline{CE} 分別交 \overline{AE} 於 G 、 H 兩點，則 $\frac{\overline{GH}}{\overline{AE}} =$ _____。



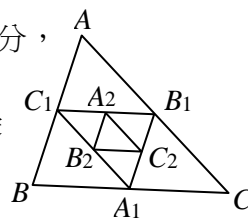
題型3 常見計算題型

如圖，平行四邊形 $ABCD$ 中，若 $\overline{CE} = \overline{DE}$ ， $\overline{DF} = 3\overline{AF}$ ，則 $\overline{FG} : \overline{CG} =$ _____。



題型4 三角形的中點連線規律題型

如圖， $\triangle ABC$ 的周長為 10 公分，分別作各邊中點 A_1 、 B_1 、 C_1 得 $\triangle A_1B_1C_1$ ，同理再作其各邊中點 A_2 、 B_2 、 C_2 得 $\triangle A_2B_2C_2$ ，若以此規律繼續作圖可得 $\triangle A_3B_3C_3$ 、 $\triangle A_4B_4C_4$ 、 \dots 、 $\triangle A_{10}B_{10}C_{10}$ ，則 $A_{10}B_{10}C_{10}$ 的周長 = _____ 公分。



● 重點整理

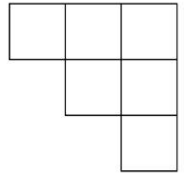
- (1) 線段的縮放：一線段經過縮放 r 倍後，其長度為原來的 r 倍。
 - (2) 角的縮放：一個角經過縮放之後，角的度數不變。
 - (3) 多邊形的縮放：平面上一個 n 邊形經過縮放後的圖形仍為 n 邊形，且會與原圖對應邊成比例，對應角相等。
2. 比例尺為地圖上的大小與實際大小的比例表示法，通常將前項化為 1，後項為一個大於 1 的數字以表示其相比的倍數。例：某地圖的比例尺為 $1:m$ ，則地圖應為原景的 $\frac{1}{m}$ 倍縮放圖形；圖上面積為原景的 $(\frac{1}{m})^2 = \frac{1}{m^2}$ 倍。

題型 1 放大及縮小倍率題型

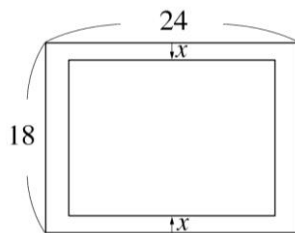
利用影印機，若將甲圖以 80% 的倍率縮小為乙圖，再以 50% 的倍率縮小為丙圖，則此時丙圖若以_____的倍率放大，則可回到甲圖的大小。

題型 2 拼湊相似圖形

右圖為 6 個全等的小正方形所拼成的圖形，若現在另有 100 個全等的小正方形欲拼成與該圖相似的圖形，則最多可用去_____個。

**題型 3** 四邊形內縮相似

如圖，有一個長方形的四邊分別向內平行縮減，若上下邊同時內縮 x 個單位長，則左右邊應同時內縮_____個單位長，才能讓新長方形與原長方形相似。

**題型 4** 比例尺

實際面積為 6000 平方公尺的球場，其在比例尺為 $1:200$ 的地圖上，其面積為_____平方公分。

1-3

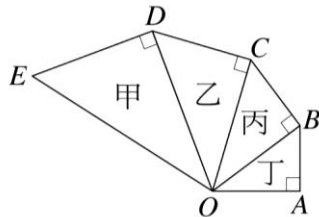
縮放與相似(2)

重點整理

1. 若兩個多邊形相似，則其對應角相等且對應邊長成比例。反之，兩個多邊形，若其對應角相等且對應邊長成比例，則這兩個多邊形相似。
2. 兩個三角形，若對應角相等，則對應邊長必成比例；又若對應邊長成比例，則對應角必相等。亦即若這兩者有其一成立，則這兩個三角形相似。
3. 兩個四邊以上的多邊形，若已知對應角相等或對應邊長成比例，滿足其中一個條件，則這兩個多邊形還不一定會相似，必須兩者同時成立才會相似。
4. 三角形的相似性質共有 $AAA(AA)$ 、 SSS 、 SAS 三種，其中 A 是指對應角相等， S 是指對應邊長成比例。

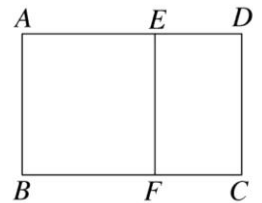
題型1 多重相似

如圖，已知甲 \sim 乙 \sim 丙 \sim 丁，且 \overline{OA} 、 \overline{OB} 、 \overline{OC} 、 \overline{OD} 為對應邊， $\overline{OA} = 4$ ， $\overline{AB} = 3$ ，則 $\overline{OE} =$ _____。



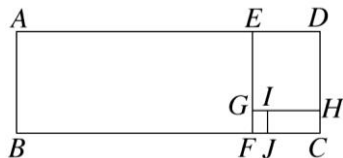
題型2 黃金矩形與相似形

已知 $ABCD$ 、 $EFCD$ 均為黃金矩形，其長、寬比為 $\frac{1+\sqrt{5}}{2} : 1$ ，若 $\overline{AB} = 4$ 公分，則 $\overline{FC} =$ _____ 公分。



題型3 多重相似

如圖，已知 $\overline{AB} = 2$ 公分， $\overline{AD} = 6$ 公分，若 $ABCD \sim DEFC \sim GFCH \sim IGFJ$ ，則 $\overline{GF} =$ _____ 公分。



題型4 長方形與相似三角形

如圖， $ABCD$ 為長方形，若 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{AD} = 16$ ，且 $\overline{EF} \perp \overline{BD}$ ，則 $\overline{EF} =$ _____。

