

2-2 根式的運算

指導教師：蘇珮嫻 老師

二年 班 號 姓名：

重點一：根號化簡

1. **第 1 種** 像是 $\sqrt{1}$ 、 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{6}$ 、 $\sqrt{7}$ 、 $\sqrt{10}$ 、 $\sqrt{11}$ ，

根號裡找不到「雙胞胎(平方)」，($\rightarrow$ 因式分解 只有 1×2 、 1×3 、 1×5 、 1×6 、 1×7 、 1×10 、 1×11 ，沒有兩個一樣的)。

所以~答案不變!!

☞ 所以記得「沒有平方」「不可以再化簡」!

牛刀小試：下面哪些「根號」不可以再化簡呢？圈起來！

$\sqrt{8}$ 、 $\sqrt{12}$ 、 $\sqrt{13}$ 、 $\sqrt{15}$ 、 $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{6}$ 、 $\sqrt{48}$ 、 $\sqrt{9}$ 、 $\sqrt{18}$ 、 $\sqrt{19}$ 、 $\sqrt{20}$ 、 $\sqrt{28}$ 、
 $\sqrt{22}$ 、 $\sqrt{24}$ 、 $\sqrt{26}$ 、 $\sqrt{27}$ 、 $\sqrt{33}$ 、 $\sqrt{38}$ 、 $\sqrt{69}$ 、 $\sqrt{117}$ 、 $\sqrt{76}$ 、 $\sqrt{21}$ 、 $\sqrt{123}$

2. **第 2 種** 像是 $\sqrt{4}$ 、 $\sqrt{9}$ 、 $\sqrt{16}$ 、 $\sqrt{25}$ 、 $\sqrt{36}$ 等，

因式分解後，都可以找到「雙胞胎 (平方 $\rightarrow 2 \times 2$ 、 3×3 、 4×4 、 5×5 、 6×6)」，

就可以寫成 $\sqrt{2^2}$ 、 $\sqrt{3^2}$ 、 $\sqrt{4^2}$ 、 $\sqrt{5^2}$ 、 $\sqrt{6^2}$ ，

開根號：「平方 (2)」、「根號 ($\sqrt{\quad}$)」去掉，

答案為： 2 、 3 、 4 、 5 、 6 。

☞ 所以記得「雙胞胎(平方)要開根號」!!

牛刀小試：下面哪些「根號」有雙胞胎？圈起來！

$\sqrt{8}$ 、 $\sqrt{12}$ 、 $\sqrt{169}$ 、 $\sqrt{64}$ 、 $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{256}$ 、 $\sqrt{289}$ 、 $\sqrt{9}$ 、 $\sqrt{18}$ 、 $\sqrt{36}$ 、 $\sqrt{324}$ 、 $\sqrt{81}$ 、
 $\sqrt{22}$ 、 $\sqrt{24}$ 、 $\sqrt{25}$ 、 $\sqrt{576}$ 、 $\sqrt{441}$ 、 $\sqrt{38}$ 、 $\sqrt{49}$ 、 $\sqrt{114}$ 、 $\sqrt{484}$ 、 $\sqrt{121}$ 、 $\sqrt{123}$

3. **第 3 種** 像是 $\sqrt{8}$ 、 $\sqrt{18}$ 、 $\sqrt{24}$ 、 $\sqrt{28}$ 等，

因式分解後，有「雙胞胎(平方)」，也有「不是雙胞胎(沒有平方)」兩種，

(像： $\sqrt{8} = \sqrt{(2 \times 2) \times 2}$ ， $\sqrt{18} = \sqrt{2 \times (3 \times 3)}$ ，

$\sqrt{24} = \sqrt{(2 \times 2) \times 2 \times 3}$ ， $\sqrt{28} = \sqrt{(2 \times 2) \times 7 \dots}$ 等等)。

把有雙胞胎的(有平方的部分)開根號(去平方和根號)，

其他不是雙胞胎的，仍然留在根號裡，就可以了！

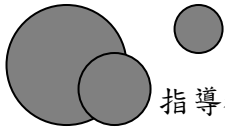
$$(\sqrt{8} = \sqrt{2 \times 2 \times 2} = 2\sqrt{2} \quad , \quad \sqrt{18} = \sqrt{2 \times 3 \times 3} = 3\sqrt{2})$$

🎵 記得「雙胞胎開根號，其他留在根號裡」唷！！

牛刀小試： 下面哪些「根號」可以再化簡呢？圈起來喔～

$\sqrt{8}$ 、 $\sqrt{12}$ 、 $\sqrt{13}$ 、 $\sqrt{15}$ 、 $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{6}$ 、 $\sqrt{48}$ 、 $\sqrt{9}$ 、 $\sqrt{18}$ 、 $\sqrt{19}$ 、 $\sqrt{20}$ 、 $\sqrt{28}$ 、
 $\sqrt{22}$ 、 $\sqrt{24}$ 、 $\sqrt{26}$ 、 $\sqrt{27}$ 、 $\sqrt{33}$ 、 $\sqrt{38}$ 、 $\sqrt{69}$ 、 $\sqrt{117}$ 、 $\sqrt{76}$ 、 $\sqrt{21}$ 、 $\sqrt{123}$

🌸 可以化簡的寫在下面，並化簡出來喔！～^^



2-2 根式的運算

指導教師：蘇珮嫻 老師

二年 班 號 姓名：

重點二：根號有理化

我們已經學過「根號」了！

今天要學一個新觀念：分母不可以有根號！（記起來唷！）

如果遇到分母有根號（不合理）→ 就要「有理化」！

→ 送分母一個一模一樣的根號，樓上分子為了公平也要送跟樓下一樣的！

例如： $\frac{7}{\sqrt{5}}$ ，分母是不可以有根號的，

1. 所以送分母一個一模一樣的 $\sqrt{5}$ ，

2. 分子也要公平，所以也送一個和分母一樣的 $\sqrt{5}$ ，變成 $\frac{7 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}$ ，

3. 樓下的分母變成 $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = (\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{5}) = (\sqrt{5})^2 = 5$

4. 樓上分子則變成 $7 \cdot \sqrt{5} = 7\sqrt{5}$

所以樓上樓下變成： $\frac{7\sqrt{5}}{5}$ ，

這樣，樓下的分母就沒有根號，『有理化』就成功了！！（最後要記得約分喔～）

◎ 大挑戰：

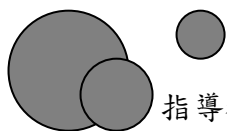
1. $\frac{10}{\sqrt{3}} =$

2. $\frac{12}{\sqrt{2}} =$

3. $\frac{4}{\sqrt{6}} =$

4. $\frac{13}{\sqrt{7}} =$

5. $\frac{1}{\sqrt{14}} =$



2-2 根式的運算

指導教師：蘇珮嫻 老師

二年 班 號 姓名：

重點三：根號化簡，再有理化

記得我們學過「根號化簡」嗎？

→根號裡有雙胞胎(平方)，要把雙胞胎(平方)拿出來(開根號)。

如果分母剛好有根號，要「有理化」，

→要 先「化簡」，再「有理化」！（最後要記得約分～）

◎ 勇士大追擊：

STEP 1

1. $\frac{10}{\sqrt{12}} =$

2. $\frac{12}{\sqrt{20}} =$

3. $\frac{4}{\sqrt{16}} =$

4. $\frac{13}{\sqrt{27}} =$

5. $\frac{1}{\sqrt{24}} =$

STEP 2

1. $\frac{3}{2\sqrt{32}} =$

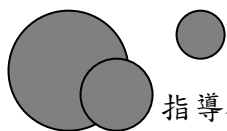
2. $\frac{5}{6\sqrt{18}} =$

STEP 3

1. $\frac{5\sqrt{3}}{7\sqrt{50}} =$

2. $\frac{6\sqrt{21}}{4\sqrt{49}} =$

3. $\frac{12\sqrt{28}}{36\sqrt{40}} =$



2-2 根式的運算

指導教師：蘇珮嫻 老師

二年 班 號 姓名：

重點四：根號 & 分配律

記得我們以前學過「分配律」！

如果 $a \cdot (b + c)$ ，

那麼外面的 a 要 分別乘以 b 和 c ，

就會變成 $ab + ac$ 。

也就是說：

$$a \cdot (b + c) = ab + ac$$

◎ 冒險大奇兵：

STEP 1 第一階段

$$1. \quad 2 \cdot (\sqrt{5} + 2\sqrt{2}) \rightarrow 2(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})$$

$$3. \quad 5 \cdot (2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}) \rightarrow 5(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})$$

$$2. \quad 6 \cdot (3\sqrt{10} + 2\sqrt{7}) \rightarrow 6(3\sqrt{10} + 2\sqrt{7})$$

$$4. \quad 4 \cdot (\sqrt{2} - 3\sqrt{5}) \rightarrow 4(\sqrt{2} - 3\sqrt{5})$$

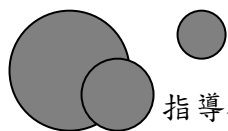
STEP 2 第二階段

$$1. \quad 3\sqrt{5} \cdot (\sqrt{5} + 2\sqrt{2}) \rightarrow 3\sqrt{5}(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})$$

$$3. \quad 5\sqrt{6} \cdot (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) \rightarrow 5\sqrt{6}(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})$$

$$2. \quad 6\sqrt{2} \cdot (3\sqrt{10} - 2\sqrt{7}) \rightarrow 6\sqrt{2}(3\sqrt{10} - 2\sqrt{7})$$

$$4. \quad 4\sqrt{3} \cdot (\sqrt{2} - 3\sqrt{5}) \rightarrow 4\sqrt{3}(\sqrt{2} - 3\sqrt{5})$$



2-2 根式的運算

指導教師：蘇珮嫻 老師

二年 班 號 姓名：

重點五：根號＋－×÷總複習(1)

1. 差平方公式、和平方公式、平方差公式：

和平方公式 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(\triangle + \bigcirc)^2 = \triangle^2 + 2 \times \triangle \times \bigcirc + \bigcirc^2$

大挑戰： $(\sqrt{5} + \sqrt{7})^2 =$ _____

差平方公式 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(\triangle - \bigcirc)^2 = \triangle^2 - 2 \times \triangle \times \bigcirc + \bigcirc^2$

大挑戰： $(\sqrt{5} + \sqrt{7})^2 =$ _____

平方差公式 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$(\triangle + \bigcirc)(\triangle - \bigcirc) = \triangle^2 - \bigcirc^2$

大挑戰： $(\sqrt{5} + \sqrt{7})(\sqrt{5} - \sqrt{7}) =$ _____

◎大冒險：

1. $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 =$

3. $(\sqrt{3} - \sqrt{6})^2 =$

2. $(\sqrt{4} + \sqrt{1})(\sqrt{4} - \sqrt{1}) =$

重點五：根號+-x÷總複習(2)

2. 根號加減：

◎ 例題攻略站：

$\sqrt{5}$ 和 $\sqrt{3}$ 是 不同類的，不可以加減；

→ 所以 $(\sqrt{5} + \sqrt{3}) = (\sqrt{5} + \sqrt{3})$ 答案不變；

$\sqrt{3}$ 和 $\sqrt{3}$ 是 同類的，可以加減，

→ 所以 $(1)\sqrt{3} + (1)\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ 。

◎ 絕地大冒險：

 前面係數可以加減，
但根號內不變喔！

(☐ 同類 ☐ 不同類： 可以 (不可以) 加減) $\sqrt{1} + \sqrt{1} =$

(☐ 同類 ☐ 不同類： 可以 (不可以) 加減) $\sqrt{2} + \sqrt{2} =$

(☐ 同類 ☐ 不同類： 可以 (不可以) 加減) $\sqrt{3} + \sqrt{3} =$

(☐ 同類 ☐ 不同類： 可以 (不可以) 加減) $\sqrt{5} + \sqrt{3} =$

(☐ 同類 ☐ 不同類： 可以 (不可以) 加減) $2\sqrt{4} + \sqrt{4} =$

(☐ 同類 ☐ 不同類： 可以 (不可以) 加減) $5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} =$

(☐ 同類 ☐ 不同類： 可以 (不可以) 加減) $6\sqrt{3} + 2\sqrt{3} =$

(☐ 同類 ☐ 不同類： 可以 (不可以) 加減) $7\sqrt{4} - 4\sqrt{3} =$

重點五：根號＋－×÷總複習(3)

3. 根號乘法：

◎例題攻略站(1)：

口訣：裡面相乘。

$$\text{所以：}\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{5 \cdot 3} = \sqrt{15}$$

◎絕地大冒險：

$$\sqrt{1} \cdot \sqrt{1} =$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} =$$

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} =$$

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{4} =$$

根號裡面太大 要記得「化簡」喔！

◎例題攻略站(2)：

口訣：前面(係數)互乘，裡面(根號)也互乘。

$$\text{所以：} \mathbf{2} \sqrt{5} \cdot \mathbf{3} \sqrt{3} = \mathbf{2} \cdot \mathbf{3} \sqrt{5 \cdot 3} = \mathbf{6X^8}$$

◎絕地大冒險：

$$\mathbf{2} \sqrt{4} \cdot \sqrt{4} =$$

$$\mathbf{5} \sqrt{2} \cdot \mathbf{2} \sqrt{2} =$$

$$\mathbf{6} \sqrt{3} \cdot \mathbf{2} \sqrt{3} =$$

太大要「化簡」喔！

$$\mathbf{7} \sqrt{4} \cdot \mathbf{4} \sqrt{3} =$$

重點五：根號＋－×÷總複習(4)

4. 根號除法：

◎例題攻略站(1)： **口訣**： 1. 前面÷後面 = 上面÷下面；

2. 樓上樓下約分(相除)。

$$\text{所以： } \sqrt{15} \div \sqrt{3} = \sqrt{15 \div 3} = \sqrt{\frac{15}{3}} = \sqrt{5}$$

◎絕地大冒險：

$$\sqrt{15} \div \sqrt{5} =$$

$$\sqrt{27} \div \sqrt{3} =$$

$$\sqrt{28} \div \sqrt{7} =$$

$$\sqrt{15} \div \sqrt{7} =$$

★ 注意：如果分母有根號，
記得「有理化」喔！

◎例題攻略站(2)： **口訣**： 前面(係數)用乘的， 裡面(根號)用除的。

$$\text{所以： } 4\sqrt{15} \div 2\sqrt{3} = 4 \div 2 \sqrt{15 \div 3} = \frac{4}{2} \sqrt{\frac{15}{3}} = 2\sqrt{5}$$

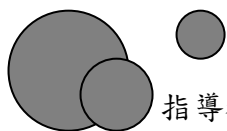
◎絕地大冒險：

$$2\sqrt{7} \div \sqrt{4} =$$

$$5\sqrt{15} \div 2\sqrt{3} =$$

$$6\sqrt{9} \div 2\sqrt{3} =$$

$$7\sqrt{24} \div 4\sqrt{6} =$$



2-2 根式的運算

指導教師：蘇珮嫻 老師

二年 班 號 姓名：

重點六：用「公式」去根號分母

◎複習：

我們已經學過「根號有理化」了！

如果分母有根號（分母不可以有根號～），

那麼就要送分母一個『雙胞胎』根號，樓上分子也送一個和分母一樣的根號，

像是： $\frac{7}{\sqrt{5}}$ ，分母是不可以有根號的，所以送分母一個雙胞胎 $\sqrt{5}$ ，

那分子也要公平，所以也送一個和分母一樣的 $\sqrt{5}$ ，

變成 $\frac{7 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}$ ，

樓下的分母變成 $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = (\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{5}) = (\sqrt{5})^2 = 5$

樓上分子則變成 $7 \cdot \sqrt{5} = 7 \cdot (\sqrt{5}) = 7\sqrt{5}$

所以樓上樓下變成： $\frac{7\sqrt{5}}{5}$ ，

這樣，樓下的分母就沒有根號，『有理化』就成功了！！

◎複習例題：

1. $\frac{10}{\sqrt{3}} =$

2. $\frac{12}{\sqrt{2}} =$

3. $\frac{4}{\sqrt{6}} =$

4. $\frac{13}{\sqrt{7}} =$

5. $\frac{1}{\sqrt{14}} =$

◎ 問題：

如果我們遇到： $\frac{7}{\sqrt{5}+3}$ ，分母不是只有 $\sqrt{5}$ ，而是 $\sqrt{5}+3$ ，

那該怎麼辦？

◎ 新妙招大追擊：

記得我們學過一個公式，叫做「平方差公式」嗎？

是什麼呢？→ _____ (答對了，好棒喔！)

所以如果我們遇到 $(\sqrt{5}+3)$ ，

可以配誰呢？→ _____ (又答對了，太棒了~)



我們叫這個方法：「平方差公式有理化」，記住了嗎？！

◎ 動腦追追追～

好了，我們算算看 $\frac{7}{\sqrt{5}+3}$ 要怎樣「分母有理化」？！(記得喔，是「平方差公式有理化」！)

步驟一： $\frac{7}{\sqrt{5}+3}$ 樓下分母不可以送「雙胞胎」喔，要送平方差公式的另一半：_____。

變成： $\frac{7 \cdot (\sqrt{5}-3)}{(\sqrt{5}+3) \cdot (\sqrt{5}-3)}$ (記得要公平！～樓上分子也要送喔！)

步驟二：樓下分母用公式： $(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-3) = (\sqrt{5})^2 - 3^2 = 5 - 9 = -4$

樓上分子用配方法： $7 \cdot (\sqrt{5}-3) = (7 \cdot \sqrt{5}) - (7 \cdot 3) = 7\sqrt{5} - 21$

答案就是： $\frac{7\sqrt{5}-21}{-4}$ ，你會了嗎？

◎ 勇闖冒險島：換你算算看～

基礎版：

1. $\frac{6}{\sqrt{3}+2} =$

2. $\frac{3}{\sqrt{2}-2} =$

3. $\frac{2}{\sqrt{7}+4} =$

好棒好棒！！再努力一下～

挑戰版：

1. $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}+3} =$

2. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} =$

3. $\frac{7\sqrt{2}}{5\sqrt{2}+4} =$

4. $\frac{6\sqrt{7}-3}{\sqrt{5}+3} =$