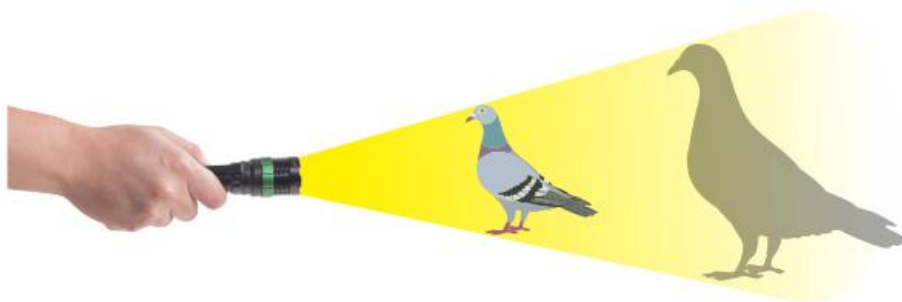


1-3 相似多邊形

1 圖形的縮放 可搭配附件 1 操作

每個物件經放大或縮小後，雖然大小和實物不同，但其形狀是相同的。用手電筒（光源）照射動物圖案，會在牆上看到它的影子，兩者的形狀相同，但大小不同。

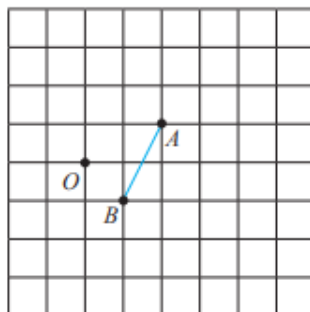
因此，我們可以將手電筒光源視為縮放中心，經過光源直線照射動物圖案的影子，就是此動物圖案的縮放圖形。



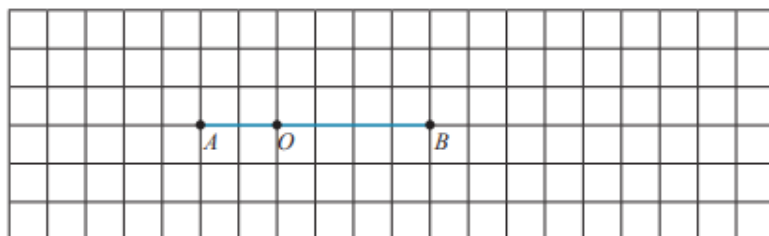
為了說明這個原理，我們先來了解以某固定點為縮放中心，任一點到此固定點距離的縮放關係。

隨堂練習

1. 如圖， O 點不在 $\overline{AB}$ 上，畫出以 O 點為縮放中心，將 $\overline{AB}$ 縮放 2 倍後的圖形。



2. 如圖， O 點在 $\overline{AB}$ 上，畫出以 O 點為縮放中心，將 $\overline{AB}$ 縮放 3 倍後的圖形。



縮放的性質

1. 一線段經過縮放後仍是線段，且該線段與原線段平行，或在同一直線上。
2. 線段縮放 k 倍後，縮放後的線段長為原線段長的 k 倍。

2 相似多邊形

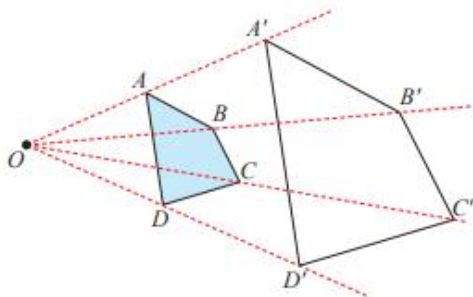


上圖是艾美設計的一組俄羅斯套娃平面圖，它們看起來相似。

兩個邊數一樣的多邊形，若其對應角相等、對應邊成比例，就稱這兩個多邊形相似。通常以符號「 $\sim$ 」表示它們的相似關係，讀作「**相似於**」。

如圖，四邊形 $A'B'C'D'$ 是四邊形 $ABCD$ 的縮放圖形，所以對應角相等、對應邊成比例，因此四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $A'B'C'D'$ 。

也就是說，兩個多邊形相似，它們的對應角相等、對應邊成比例。



例如：四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $A'B'C'D'$ ，

所以 $\angle A = \angle A'$ 、 $\angle B = \angle B'$ 、 $\angle C = \angle C'$ 、 $\angle D = \angle D'$ （對應角相等），

且 $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'A'}{DA}$ （對應邊成比例）。

相似多邊形

1. 如果兩個多邊形的對應角相等、對應邊成比例，就稱這兩個多邊形相似。
2. 如果兩個多邊形相似，它們的對應角相等、對應邊成比例。

一般而言，「四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $A'B'C'D'$ 」只表示此兩圖形相似，不一定表示各頂點依序對應。在本教材中各頂點皆依序對應，例如：「四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $A'B'C'D'$ 」表示 A 對應到 A' ， B 對應到 B' ， C 對應到 C' ， D 對應到 D' 。

例2 相似多邊形的對應關係

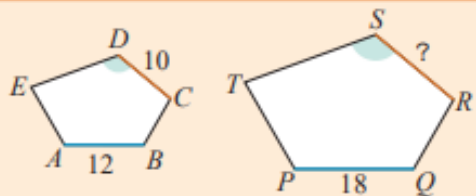
自評 P59 第2題

已知五邊形 $ABCDE \sim$ 五邊形 $PQRST$ ， A 、 B 、 C 、 D 、 E 的對應頂點依序為 P 、 Q 、 R 、 S 、 T ，回答下列問題：

- (1) 若 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{CD} = 10$ ， $\overline{PQ} = 18$ ，求 $\overline{RS}$ 的長。
- (2) 若 $\angle P + \angle Q = 240^\circ$ ， $\angle R : \angle S : \angle T = 5 : 6 : 4$ ，求 $\angle D$ 。

思路分析

五邊形 $ABCDE \sim$ 五邊形 $PQRST$ ， $\overline{AB}$ 的對應邊是 $\overline{PQ}$ ； $\overline{CD}$ 的對應邊是 $\overline{RS}$ ，利用相似多邊形對應邊成比例、對應角相等的性質來做此題。



解

- (1) $\because$ 相似形的對應邊成比例，

$$\therefore \overline{AB} : \overline{PQ} = \overline{CD} : \overline{RS}$$

$$12 : 18 = 10 : \overline{RS}$$

$$\overline{RS} = 15。$$

- (2) 設 $\angle R = 5r^\circ$ ， $\angle S = 6r^\circ$ ， $\angle T = 4r^\circ$ ， $r \neq 0$ ，

$$\therefore \angle P + \angle Q + \angle R + \angle S + \angle T = 540^\circ$$

$$\therefore 240 + 5r + 6r + 4r = 540，r = 20$$

又相似形的對應角相等，

$$\text{故 } \angle D = \angle S = 6 \times 20^\circ = 120^\circ。$$



隨堂練習

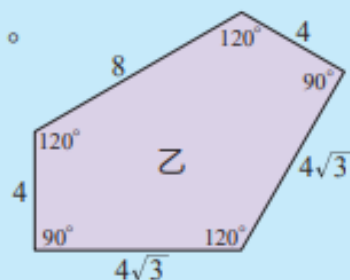
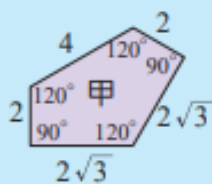
已知四邊形 $ABCD \sim$ 四邊形 $PQRS$ ， A 、 B 、 C 、 D 的對應頂點依序為 P 、 Q 、 R 、 S ，若 $\angle Q = 76^\circ$ ， $\angle R = 64^\circ$ ， $\angle S = 100^\circ$ ， $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{BC} = 15$ ， $\overline{PQ} = 8$ ，求 $\angle A$ 及 $\overline{QR}$ 。

例3 相似多邊形的判別

自評 P60 第3題

如圖，甲、乙都是五邊形，回答下列問題，並說明理由。

- (1) 甲與乙的對應角是否相等？
- (2) 甲與乙的對應邊是否成比例？
- (3) 甲與乙是否相似？



解

(1) 是。

∵ 對應角分別相等。

(2) 是。

∵ 對應邊長比是 1 : 2。

(3) 是。

∵ 對應角相等、對應邊成比例，

∴ 甲與乙相似。

隨堂練習

如圖，甲是邊長為 1 的正方形，乙是邊長為 2 的正方形，回答下列問題：

- (1) 甲與乙的對應角是否相等？
- (2) 甲與乙的對應邊是否成比例？
- (3) 甲與乙是否相似？

