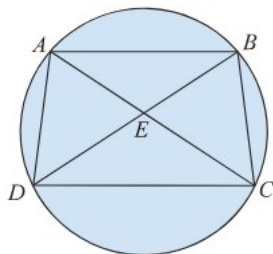
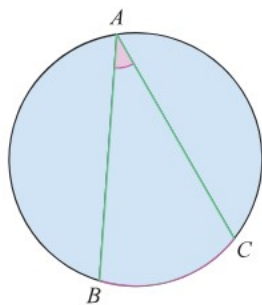


② 圓周角及其所對的弧 GGB

圓上一點和通過此點的兩弦所形成的角稱為**圓周角**。

如圖， A 為圓上一點， $\angle BAC$ 為 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 兩弦所形成的角，則 $\angle BAC$ 為 $\widehat{BC}$ 所對的圓周角，而 $\widehat{BC}$ 為 $\angle BAC$ 所對的弧。



放大 隨堂練習 加強

如右圖， $\widehat{BC}$ 所對的圓周角有哪些？

解

前面學過，圓心角的度數等於它所對弧的度數，那麼圓周角的度數和它所對弧的度數有什麼關係呢？

下面依照一個圓的圓心和圓周角的三種位置關係討論：

① 圓心 O 在圓周角 $\angle A$ 的一邊上時：

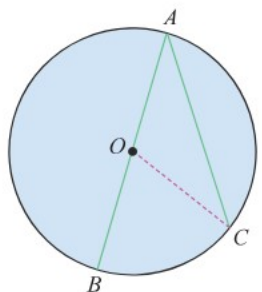
如右圖，連接 $\overline{OC}$ 。

$\because \overline{OA} = \overline{OC}$ ， $\therefore \angle C = \angle A$ 。

因此 $\angle BOC = \angle A + \angle C$ (外角定理)

$$= 2\angle A$$

$$\text{故 } \angle A = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \widehat{BC}。$$



② 圓心 O 在圓周角 $\angle BAC$ 的內部時：

如右圖，作直徑 $\overline{AD}$ 。

根據①的結果，可推得：

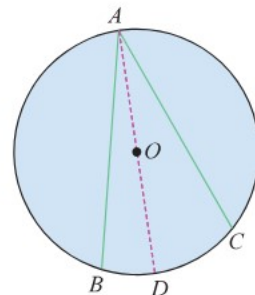
$$\angle BAD = \frac{1}{2} \widehat{BD}, \angle CAD = \frac{1}{2} \widehat{CD},$$

因此 $\angle BAC = \angle BAD + \angle CAD$

$$= \frac{1}{2} \widehat{BD} + \frac{1}{2} \widehat{CD}$$

$$= \frac{1}{2} (\widehat{BD} + \widehat{CD})$$

$$= \frac{1}{2} \widehat{BC}$$



③ 圓心 O 在圓周角 $\angle BAC$ 的外部時：

如右圖，作直徑 $\overline{AD}$ 。

根據①的結果，可推得：

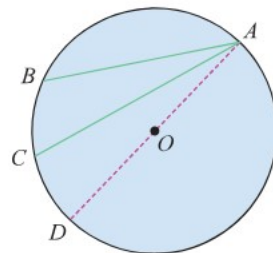
$$\angle BAD = \frac{1}{2} \widehat{BD}, \angle CAD = \frac{1}{2} \widehat{CD},$$

因此 $\angle BAC = \angle BAD - \angle CAD$

$$= \frac{1}{2} \widehat{BD} - \frac{1}{2} \widehat{CD}$$

$$= \frac{1}{2} (\widehat{BD} - \widehat{CD})$$

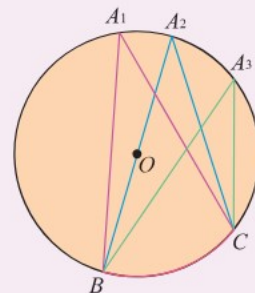
$$= \frac{1}{2} \widehat{BC}$$



基礎

圓周角的度數

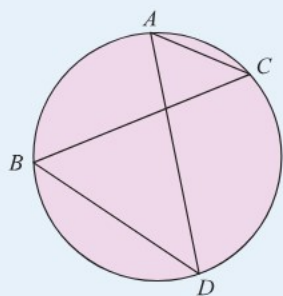
- 一弧所對的圓周角度數，等於此弧度數的一半，也是該弧所對圓心角度數的一半。
- 同一個圓中，一弧所對的所有圓周角的度數都相等。
如圖， $\angle A_1 = \angle A_2 = \angle A_3 = \frac{1}{2} \widehat{BC}$ 。



放大 例3 由弧的度數求圓周角

自評 P130 第3題

如圖，已知 $\widehat{AB}$ 的長是圓周長的 $\frac{1}{4}$ ，
求 $\angle ACB$ 與 $\angle ADB$ 。



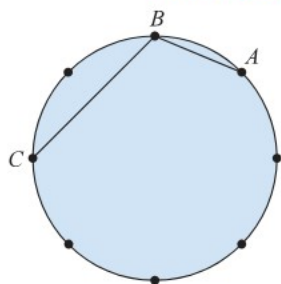
解



放大 隨堂練習 基礎

自評 P130 第4題

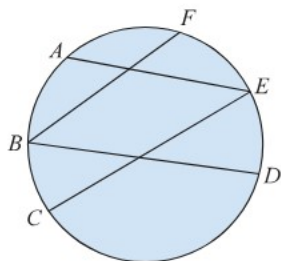
1. 如圖， A 、 B 、 C 為圓上 8 個等分點中的 3 個點，
求 $\angle ABC$ 。



解



2. 如圖， A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 為圓上六個點，已知
 $\widehat{AF} = 60^\circ$ ， $\widehat{CD} = 130^\circ$ ，則 $\angle B + \angle E = ?$

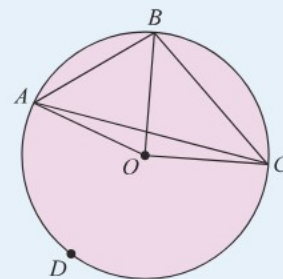


解



放大 例4 由圓周角求弧的度數 基礎

如圖， $\triangle ABC$ 的頂點均在圓 O 上，
已知 $\angle BAC = 45^\circ$ ， $\angle ABC = 100^\circ$ ，
求 $\widehat{BC}$ 與 $\widehat{ABC}$ 的度數。



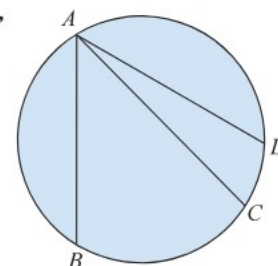
解



放大 隨堂練習

提問

如圖， A 、 B 、 C 、 D 為圓上四個點，已知 $\angle BAD = 60^\circ$ ，
 $\widehat{BC} = 90^\circ$ ，求 $\widehat{CD}$ 的度數。



解

