

2-2

最大公因數與最小公倍數

1 公因數與最大公因數

2 公倍數與最小公倍數

3 應用問題

主題 1 公因數與最大公因數

我們在 2-1 節學到了一個整數的因數及其質因數的一些性質，接著在這裡要討論兩個以上（含）的整數的公因數，並找出它們的最大公因數。

學習時光機

$12 = 1 \times 12$
 $= 2 \times 6$
 $= 3 \times 4$
 故 12 的因數有 1、2、3、4、6、12。

以 12 和 18 為例，我們分別列出 12 和 18 的因數如下：

12 的因數有：1、2、3、4、6、12

18 的因數有：1、2、3、6、9、18

其中 1、2、3、6 是 12 和 18 共同的因數，我們稱 1、2、3、6 為 12 和 18 的**公因數**，其中 6 是公因數中最大的數，稱 6 是 12 和 18 的**最大公因數**，通常以符號 $(12, 18)$ 表示 12 和 18 的最大公因數，也就是 $(12, 18) = 6$ 。

我們也發現 12、18 的公因數為 1、2、3、6，這四個數也是最大公因數 6 的因數。

隨堂練習

- 分別列出 36、48、92 的因數，並圈出它們的公因數。
- 以 $(36, 48, 92)$ 表示 36、48、92 的最大公因數，則 $(36, 48, 92) = ?$
- 第 1 題所圈出的公因數與第 2 題所求的最大公因數有何關係？

Key point

公因數與最大公因數

幾個整數中，

- (1) 共同的因數稱為這幾個整數的公因數；
- (2) 所有的公因數中最大的數，稱為這幾個數的最大公因數；
- (3) 所有的公因數也都是最大公因數的因數。

我們再以 16 和 35 為例，分別列出 16 和 35 的因數如下：

16 的因數有：1、2、4、8、16

35 的因數有：1、5、7、35

16 和 35 的最大公因數為 1，即 $(16, 35) = 1$ ，這時我們稱 16 和 35 **互質**。

如果兩個整數的最大公因數為 1，就稱這兩個整數互質。

隨堂練習

判斷下列各組數是否互質。

(1) 1、9

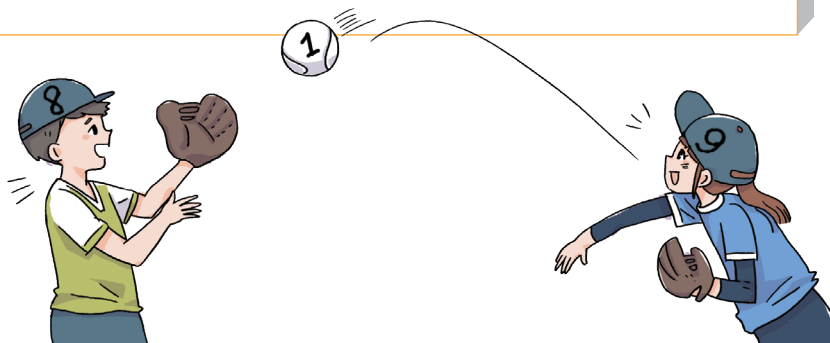
(2) 9、25

(3) 12、33

(4) 28、29

動動腦

若兩個整數互質，則這兩個整數都是質數嗎？



✓ 短除法與最大公因數

我們先回顧國小所學到的利用短除法找出兩個整數的最大公因數，再應用到求三個整數的最大公因數。

例如：

(1) 求 36 和 84 的最大公因數：

2	36	84	← 36、84 有公因數 2
2	18	42	← 18、42 有公因數 2
3	9	21	← 9、21 有公因數 3
	3	7	← 3、7 沒有共同質因數

所以 36、84 的最大公因數 $(36, 84) = 2^2 \times 3$ (或 12)。

Hint

也可以這樣算：

4	36	84
3	9	21
	3	7

(2) 求 54、72、84 的最大公因數：

〈方法一〉

對 54、72、84 同時做短除法，

2	54	72	84	← 54、72、84 有公因數 2
3	27	36	42	← 27、36、42 有公因數 3
	9	12	14	← 9、12、14 沒有共同質因數

所以 54、72、84 的最大公因數 $(54, 72, 84) = 2 \times 3$ (或 6)。

Hint

也可以這樣算：

6	54	72	84
	9	12	14

〈方法二〉

先求出 54 和 72 的最大公因數 18，

再求出 18 和 84 的最大公因數 6，

6 就是 54、72、84 的最大公因數，

即 $(54, 72, 84) = ((54, 72), 84) = (18, 84) = 6$ 。

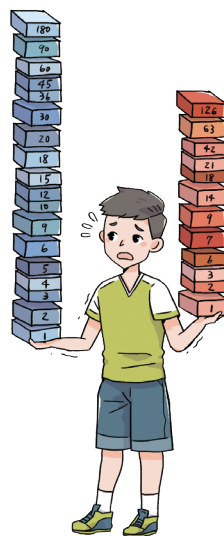
利用短除法求幾個數的最大公因數時，其過程就是不斷在每一層除以這幾個數的公因數，直到沒有共同質因數為止，而這些公因數的連乘積就是所要求的最大公因數。

隨堂練習

求下列各組數的最大公因數。

(1) 126、180

(2) 126、180、360



標準分解式與最大公因數

圖解筆記

因數分解

72

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

質因數分解

$$= 2^3 \times 3^2$$

標準分解式

我們在 2-1 節學到，任何一個合數都可以經由質因數分解後，以標準分解式表示。接著我們將學習如何利用標準分解式來求最大公因數。

要判別一個整數是否為另一個整數的因數，一般都會使用除法來做。

例如：「判別 18 是否為 72 的因數」，

可利用 $72 \div 18 = 4$ 或 $\frac{72}{18} = 4$ 得到「18 是 72 的因數」。

我們利用這樣的方式來判別標準分解式的因數、倍數。

例 1

透過指數判別因數

下列各數中，哪些是 $2^3 \times 3^2$ 的因數？

- (1) 2^4 (2) $2^2 \times 3^2$ (3) 2×3^2 (4) 2×5

解

$$(1) \frac{2^3 \times 3^2}{2^4} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 3 \times 3}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 2} = \frac{3 \times 3}{2} (= \frac{9}{2})$$

$$(2) \frac{2^3 \times 3^2}{2^2 \times 3^2} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{3}}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{3}} = 2$$

$$(3) \frac{2^3 \times 3^2}{2 \times 3^2} = \frac{2 \times 2 \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{3}}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{3}} = 4$$

$$(4) \frac{2^3 \times 3^2}{2 \times 5} = \frac{2 \times 2 \times \cancel{2} \times 3 \times 3}{\cancel{2} \times 5} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 3}{5} (= \frac{36}{5})$$

所以 (2) $2^2 \times 3^2$ 與 (3) 2×3^2 是 $2^3 \times 3^2$ 的因數。

隨堂練習

2^4 、 2×5^2 、 2×5^3 、 $2^3 \times 3$ 和 $2^5 \times 5$ 五個數中，哪些是 $2^4 \times 5^2$ 的因數？

動動腦

下列各數中，哪些是 $2^3 \times 3^2$ 的因數？

- (A) $2^2 \times 3^2$ (B) $2^3 \times 3^3$ (C) $2^4 \times 3$

請從指數次方的大小關係，說明你所判別出來的方法。

由前面的例題知道，當 A 和 B 兩個整數寫成標準分解式時，若 A 的質因數都是 B 的質因數，且 A 的每個質因數的次方小於或等於 B 相同質因數的次方，則 A 是 B 的因數。

根據這個結論，我們可以利用標準分解式來求幾個整數的最大公因數。
例如：

(1) 求 $2^2 \times 3^2$ 、 $2 \times 3^2 \times 7$ 兩數的最大公因數：

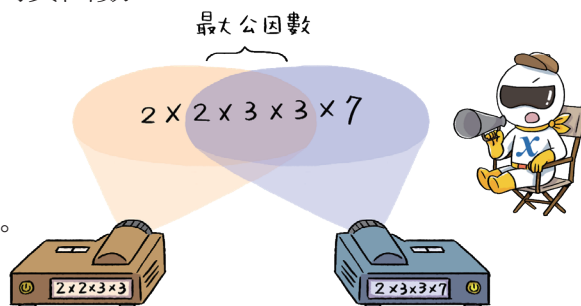
它們公因數中的質因數只能是共同質因數 2、3，

所以公因數為 $2^{\square} \times 3^{\bigcirc}$ 的形式，

其中 $\square$ 中的數不能超過 1，

$\bigcirc$ 中的數不能超過 2，

因此 2×3^2 為它們的最大公因數。



(2) 求 $2^2 \times 3^3 \times 5^2$ 、 $2 \times 3^2 \times 5^2$ 、 $3^2 \times 5^3 \times 7$ 三數的最大公因數：

它們公因數中的質因數只能是共同質因數 3、5，

所以公因數為 $3^{\square} \times 5^{\bigcirc}$ 的形式，

其中 $\square$ 中的數不能超過 2，

$\bigcirc$ 中的數不能超過 2，

因此 $3^2 \times 5^2$ 為它們的最大公因數。

從上面的討論中發現：

Key point

利用標準分解式求最大公因數

已知幾個整數的標準分解式時，先列出它們的共同質因數，每一個共同質因數取次方最小者，然後再相乘，即為它們的最大公因數。

例 2

利用標準分解式求最大公因數

求下列各組數的最大公因數，並以標準分解式表示。

(1) $a=2^4 \times 3^2$ 、 $b=2^3 \times 3 \times 5$

(2) $a=2^4 \times 3^2$ 、 $b=2^3 \times 3 \times 5$ 、 $c=2^2 \times 3^2 \times 5$

解

(1)

$$a = 2^4 \times 3^2$$

$$b = 2^3 \times 3 \times 5$$

5 不是共同質因數

取次方最小者， 2^3

取次方最小者，3

所以 $(a, b) = (2^4 \times 3^2, 2^3 \times 3 \times 5) = 2^3 \times 3$ 。

(2)

$$a = 2^4 \times 3^2$$

$$b = 2^3 \times 3 \times 5$$

$$c = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

5 不是共同質因數

取 2^2

取 3

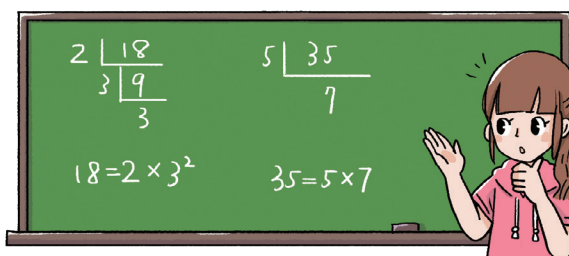
所以 $(a, b, c) = (2^4 \times 3^2, 2^3 \times 3 \times 5, 2^2 \times 3^2 \times 5) = 2^2 \times 3$ 。

隨堂練習

求下列各組數的最大公因數，並以標準分解式表示。

(1) $(2^3 \times 3^2 \times 5, 3^3 \times 5) =$ _____。

(2) $(2 \times 5 \times 11, 3 \times 5^2 \times 11, 3^2 \times 5 \times 11^2) =$ _____。



18 與 35 沒有共同的質因數，
所以沒有最大公因數！

請問小妍的推論正確嗎？

主題 2 公倍數與最小公倍數

接著我們來討論幾個數的公倍數和它們最小公倍數的求法。

以 4 和 6 為例，我們分別列出 4 和 6 的倍數如下：

4 的倍數有：4、8、12、16、20、24、28、32、36、……

6 的倍數有：6、12、18、24、30、36、42、48、54、……

其中 12、24、36、……是 4 和 6 共同的倍數，我們稱 12、24、36、……為 4 和 6 的**公倍數**，其中 12 是公倍數中最小的數，稱 12 是 4 和 6 的**最小公倍數**，通常以符號 $[4, 6]$ 表示 4 和 6 的最小公倍數，也就是 $[4, 6] = 12$ 。

我們也發現 4、6 的公倍數為 12、24、36、……，這些數也是最小公倍數 12 的倍數。

隨堂練習

1. 分別列出 1 到 100 的整數中，9、12、18 三數的倍數，並圈出它們的公倍數。
2. 以 $[9, 12, 18]$ 表示 9、12、18 的最小公倍數，則 $[9, 12, 18] = ?$
3. 第 1 題所圈出的公倍數與第 2 題所求的最小公倍數有何關係？

Key point

公倍數與最小公倍數

幾個整數中，

- (1) 共同的倍數稱為這幾個整數的公倍數；
- (2) 在所有的公倍數中最小的數，稱為這幾個數的最小公倍數；
- (3) 所有的公倍數也都是最小公倍數的倍數。

✓ 短除法與最小公倍數

我們先回顧國小所學到的利用短除法找出兩個整數的最小公倍數，再應用到求三個整數的最小公倍數。

例如：

(1) 求 36 和 84 的最小公倍數：

2	36	84	← 36、84 有公因數 2
2	18	42	← 18、42 有公因數 2
3	9	21	← 9、21 有公因數 3
	3	7	← 3、7 沒有共同質因數

所以 36 和 84 的最小公倍數 [36, 84] 是這兩數的公因數與最下面一層 3、7 的連乘積： $2^2 \times 3^2 \times 7$ (或 252)。

Hint

也可以這樣算：

4	36	84
3	9	21
	3	7

(2) 求 54、72、84 的最小公倍數：

〈方法一〉

對 54、72、84 同時做短除法，

2	54	72	84	← 54、72、84 有公因數 2
3	27	36	42	← 27、36、42 有公因數 3
2	9	12	14	← 12、14 有公因數 2，將兩數分別除以 2，而 9 不變
3	9	6	7	← 9、6 有公因數 3，將兩數分別除以 3，而 7 不變
	3	2	7	← 3、2、7 中任兩數沒有共同質因數

所以 54、72、84 的最小公倍數 [54, 72, 84] 是這些除過的因數與最下面一層 3、2、7 的連乘積： $2^3 \times 3^3 \times 7$ (或 1512)。

Hint

也可以這樣算：

6	54	72	84
2	9	12	14
3	9	6	7
	3	2	7

〈方法二〉

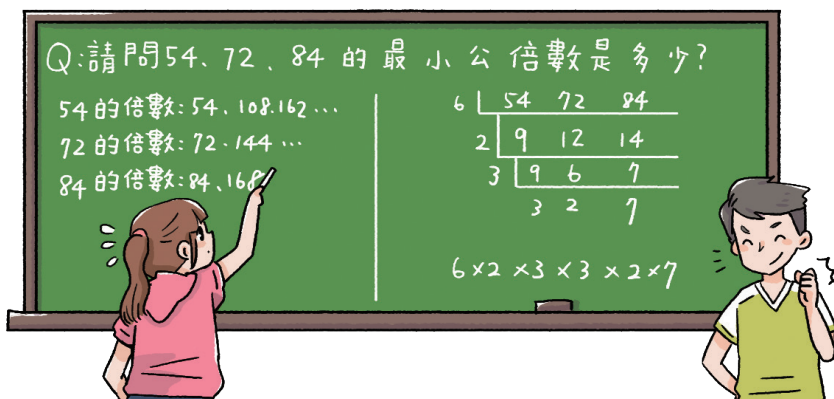
先求出 54 和 72 的最小公倍數 216，

再求出 216 和 84 的最小公倍數 1512，

1512 就是 54、72、84 的最小公倍數，

即 $[54, 72, 84] = [[54, 72], 84] = [216, 84] = 1512$ 。

利用短除法求三個整數的最小公倍數時，其過程就是先不斷在每一層除以三數的公因數，接著除以三數中任兩數的公因數，直到三數中任兩數都沒有共同質因數為止，而這些除過的因數與最下面一層三個數的連乘積就是所要求的最小公倍數。



隨堂練習

求下列各組數的最小公倍數。

(1) 48、60

(2) 48、60、72

✓ 標準分解式與最小公倍數

在前面我們學到了利用標準分解式來判斷兩個整數的因數關係，現在來看看如何利用它來檢驗兩個整數的倍數關係。

例 3

透過指數判別倍數

下列各數中，哪些是 $2^3 \times 5$ 的倍數？

- (1) 2^4 (2) $2^3 \times 5^2$ (3) $2^3 \times 5 \times 7$ (4) $2^2 \times 5^2 \times 7$

解

$$(1) \frac{2^4}{2^3 \times 5} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 2}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 5} = \frac{2}{5}$$

$$(2) \frac{2^3 \times 5^2}{2^3 \times 5} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{5} \times 5}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{5}} = 5$$

$$(3) \frac{2^3 \times 5 \times 7}{2^3 \times 5} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{5} \times 7}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{5}} = 7$$

$$(4) \frac{2^2 \times 5^2 \times 7}{2^3 \times 5} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{5} \times 5 \times 7}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times \cancel{5}} = \frac{35}{2}$$

所以 (2) $2^3 \times 5^2$ 與 (3) $2^3 \times 5 \times 7$ 是 $2^3 \times 5$ 的倍數。

隨堂練習

3×5^2 、 $3^2 \times 5^2$ 、 3^3 、 $3^3 \times 5$ 四個數中，哪些是 $3^2 \times 5$ 的倍數？

由前面的例題知道，當 A 和 B 兩個整數寫成標準分解式時，若 B 的質因數包含了 A 中所有的質因數，且 B 的質因數次方大於或等於 A 中相同質因數的次方，則 B 是 A 的倍數。

根據這個結論，我們可以利用標準分解式來求幾個整數的最小公倍數。
例如：

(1) 求 $2^2 \times 3^2$ 、 $2 \times 3^2 \times 7$ 兩數的最小公倍數：

它們公倍數中至少有質因數 2、3、7，

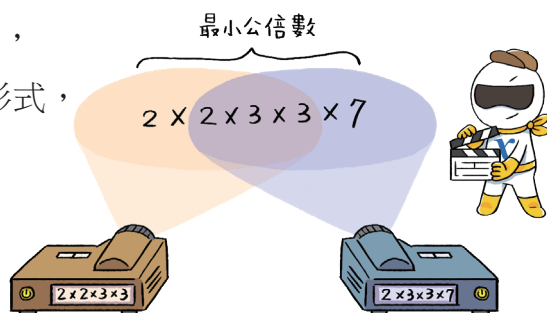
所以最小公倍數為 $2^{\square} \times 3^{\bigcirc} \times 7^{\diamond}$ 的形式，

其中 $\square$ 中的數不能小於 2，

$\bigcirc$ 中的數不能小於 2，

$\diamond$ 中的數不能小於 1，

因此 $2^2 \times 3^2 \times 7$ 為它們的最小公倍數。



(2) 求 $3 \times 5^2 \times 7$ 、 $2^2 \times 7$ 、 $2^2 \times 3 \times 5$ 三數的最小公倍數：

它們公倍數中至少有質因數 2、3、5、7，

所以最小公倍數為 $2^{\square} \times 3^{\bigcirc} \times 5^{\diamond} \times 7^{\triangle}$ 的形式，

其中 $\square$ 中的數不能小於 2，

$\bigcirc$ 中的數不能小於 1，

$\diamond$ 中的數不能小於 2，

$\triangle$ 中的數不能小於 1，

因此 $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$ 為它們的最小公倍數。

從上面的討論中發現：

Key point

利用標準分解式求最小公倍數

已知幾個整數的標準分解式時，先列出它們的所有質因數，每一個質因數取次方最大者，然後再相乘，即為它們的最小公倍數。

例 4

利用標準分解式求最小公倍數

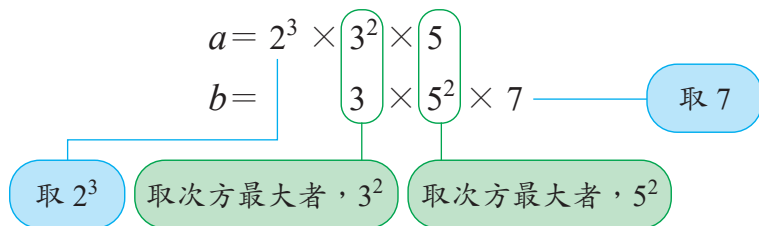
求下列各組數的最小公倍數，並以標準分解式表示。

(1) $a=2^3 \times 3^2 \times 5$ 、 $b=3 \times 5^2 \times 7$

(2) $a=2^3 \times 3^2 \times 5$ 、 $b=3 \times 5^2 \times 7$ 、 $c=3^2 \times 5 \times 7$

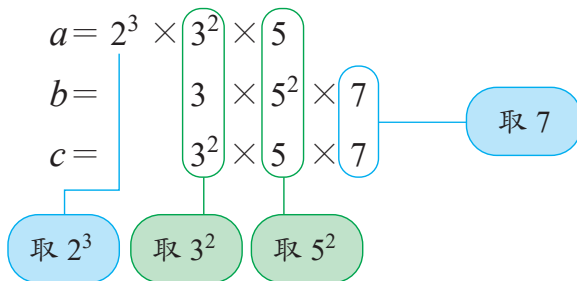
解

(1)



所以 $[a, b] = [2^3 \times 3^2 \times 5, 3 \times 5^2 \times 7] = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$ 。

(2)



所以 $[a, b, c] = [2^3 \times 3^2 \times 5, 3 \times 5^2 \times 7, 3^2 \times 5 \times 7]$
 $= 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$ 。

隨堂練習

求下列各組數的最小公倍數，並以標準分解式表示。

(1) $[2^4, 3^2] =$ _____。

(2) $[3 \times 5, 3^2 \times 5^3, 2^2 \times 3 \times 5] =$ _____。

問題探索 檢驗 $(a, b) \times [a, b]$ 與 $a \times b$ 的關係

已知 $a = 2^2 \times 3^2$ 、 $b = 2^2 \times 3 \times 7$ ，回答下列問題。

(1) 利用標準分解式求 a 和 b 的最大公因數與最小公倍數。

(2) 分別以標準分解式表示 $(a, b) \times [a, b]$ 與 $a \times b$ 。

(3) 由第(2)題中，你有什麼發現？

由問題探索可以發現，
任意兩正整數的最大公因數與最小公倍數的乘積就是兩正整數的乘積。

隨堂練習

已知兩正整數 a 、 b ，其中 $a \times b = 120$ 、 $[a, b] = 60$ ，則 a 、 b 兩數的最大公因數為何？

主題3 應用問題

例 5

分裝問題

水果店老闆想將 36 個梨子和 60 個蘋果分裝成梨子禮盒和蘋果禮盒出售，梨子禮盒和蘋果禮盒內的水果個數要一樣多，且全部分裝完。那麼一盒最多可以放幾個水果？



想法 因為梨子禮盒和蘋果禮盒內的水果個數要一樣多，且全部分裝完，所以禮盒內的水果個數必須是 36 和 60 的公因數，且個數要最多，因此禮盒內的水果個數為 36 和 60 的最大公因數。

解 $(36, 60) = 2 \times 2 \times 3 = 12$ ，

所以每盒禮盒內的水果數量最多是 12 個。

2	36	60
2	18	30
3	9	15
	3	5

隨堂練習

臺灣的 A 校為了招待來自新加坡的姐妹學校 B 校，安排 20 位學生來接待 B 校 12 位學生，現將其分成若干組進行參觀活動，每組都要包含 A 校及 B 校學生，而且每組 A 校學生人數一樣多、B 校學生人數也一樣多，請問：

- (1) 最多可分成幾組？
- (2) 承(1)，此時每組共有多少位學生？



例 6

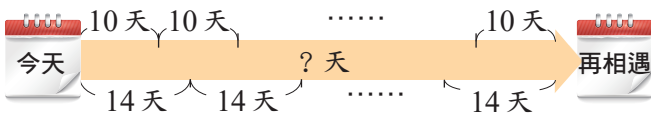
週期問題

小翊每 10 天到中央公園跑步一次，小妍每 14 天到中央公園跑步一次。今天兩人都到中央公園跑步，那麼最少要再幾天，兩人才會再度在同一天到此公園跑步？



想法

小翊



小妍

經過天數是 10 的倍數，也是 14 的倍數，
也就是求 10 和 14 的公倍數，
而最少要再幾天，就是求 10 和 14 的最小公倍數。

解

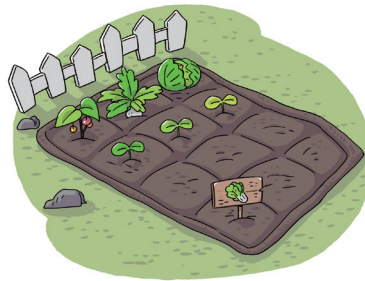
$$[10, 14] = 2 \times 5 \times 7 = 70,$$

所以最少要再 70 天。

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 10 & 14 \\ & 5 & 7 \end{array}$$

隨堂練習

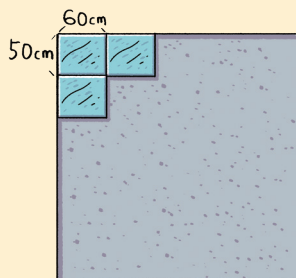
小妍玩《健康農場》時發現，高麗菜每 45 小時可收成一次，小白菜每 30 小時可收成一次，空心菜每 18 小時可收成一次。某次小妍同時收成這三種蔬菜，那麼最少要再幾小時，小妍才可以再度同時收成這三種蔬菜？



例 7

圖形拼合問題

將若干塊長 60 公分、寬 50 公分的長方形磁磚，以長邊接長邊，短邊接短邊的方式，緊密且無縫隙拼貼成一個正方形，則所拼貼的正方形最小邊長為何？此時面積是多少平方公分？



想法 拼出的正方形邊長是 60 的倍數，也是 50 的倍數，也就是求 60 和 50 的最小公倍數。

解 $[60, 50] = 2 \times 5 \times 6 \times 5 = 300$ ，

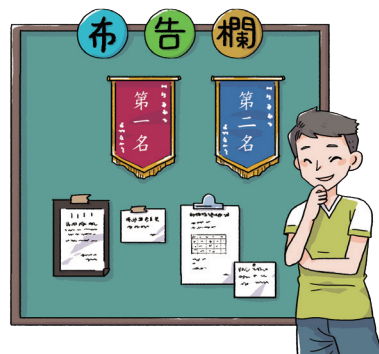
所以正方形的最小邊長是 300 公分，

面積為 $300 \times 300 = 90000$ (平方公分)。

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 60 & 50 \\ 5 & 30 & 25 \\ & 6 & 5 \end{array}$$

隨堂練習

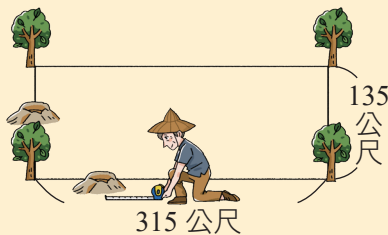
小翊想用邊長 48 公分與 80 公分兩種正方形海報紙，貼滿教室後方的正方形布告欄，已知用這兩種海報紙的任一種若干張，皆可在不切割的情況下緊密的將布告欄貼滿，請問此布告欄的面積最小是多少平方公分？



例 8

間隔問題

王伯伯有一塊長 315 公尺、寬 135 公尺的長方形土地，他想在其周圍種樹，相鄰兩棵樹之間的距離要相等，且四個頂點都種，則相鄰兩棵樹之間的距離最大是幾公尺？此時總共要種幾棵樹？



想法 因為相鄰兩棵樹之間的距離要相等，
所以距離必須是 315 和 135 的公因數，
且最大距離是 315 和 135 的最大公因數。

解 $(315, 135) = 5 \times 3 \times 3 = 45$ ，

所以相鄰兩棵樹之間的最大距離是 45 公尺，

長方形土地周長為 $(315 + 135) \times 2 = 900$ (公尺)，

$900 \div 45 = 20$ (棵)，所以總共要種 20 棵樹。

$$\begin{array}{r|rr} 5 & 315 & 135 \\ 3 & 63 & 27 \\ 3 & 21 & 9 \\ & 7 & 3 \end{array}$$

隨堂練習

你知道嗎？

澎湖有一座跨海大橋跨越吼門水道，連接澎湖群島之中的白沙島與西嶼島，是澎湖群島主要交通要道之一。

澎湖有一全長 2500 公尺的跨海大橋，原來在此橋的兩側每隔 20 公尺裝設一盞路燈（橋頭與橋尾未裝），但因節能考量改為每隔 25 公尺裝設一盞路燈，則在不需要拆除的路燈中，相鄰兩盞的距離是多少公尺？此時不需要拆除的路燈共有多少盞？





1 公因數與最大公因數

幾個整數共同的因數稱為這幾個整數的公因數，在所有的公因數中最大的數，稱為這幾個數的最大公因數。

例 6 的因數：1、2、3、6

15 的因數：1、3、5、15

6 與 15 的公因數：1、3；6 與 15 的最大公因數 $(6, 15) = 3$

註 當兩個整數的最大公因數為 1 時，稱這兩個整數互質。

2 公倍數與最小公倍數

幾個整數共同的倍數稱為這幾個整數的公倍數，在所有的公倍數中最小的數，稱為這幾個數的最小公倍數。

例 6 的倍數：6、12、18、24、30、36、……

9 的倍數：9、18、27、36、……

6 與 9 的公倍數：18、36、……；6 與 9 的最小公倍數 $[6, 9] = 18$

3 利用短除法求最大公因數、最小公倍數

(1) 求最大公因數：做到所有數沒有共同質因數，即可停止。

(2) 求最小公倍數：做到任兩數都沒有共同質因數，才可停止。

4 利用標準分解式求最大公因數、最小公倍數

(1) 求最大公因數：已知幾個整數的標準分解式時，先列出它們的共同質因數，每一個共同質因數取次方最小者，然後再相乘，即為它們的最大公因數。

(2) 求最小公倍數：已知幾個整數的標準分解式時，先列出它們的所有質因數，每一個質因數取次方最大者，然後再相乘，即為它們的最小公倍數。

例 求 $350 (= 2 \times 5^2 \times 7)$ 與 $180 (= 2^2 \times 3^2 \times 5)$ 的最大公因數和最小公倍數。

$(350, 180) = 2 \times 5$ ， $[350, 180] = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$

5 $(a, b) \times [a, b] = a \times b$

任意兩正整數的最大公因數與最小公倍數的乘積就是兩正整數的乘積，也就是 $(a, b) \times [a, b] = a \times b$ 。



1 判斷下列三組數中，兩數互質的有哪幾組？

P.103 隨堂

- (1) 1、6 (2) 2、29 (3) 3、33

2 已知 $a = 2^3 \times 5 \times 7^2$ ，請回答下列問題。

P.106 例 1、P.112 例 3

(1) 下列哪些數是 a 的因數？答：_____。

(2) 下列哪些數是 a 的倍數？答：_____。

- | | | | |
|---------------------------------|-------------------------------|---|-----------|
| (A) 1 | (B) 3 | (C) 2^2 | (D) 5^2 |
| (E) 2×5^2 | (F) $2^3 \times 7$ | (G) $2 \times 5 \times 7$ | |
| (H) $2^4 \times 5^2 \times 7^3$ | (I) $2^3 \times 5^2 \times 7$ | (J) $2^3 \times 5^2 \times 7^2 \times 11$ | |

3 1 到 1000 的整數中，同時是 30 的倍數，也是 42 的倍數有哪幾個？

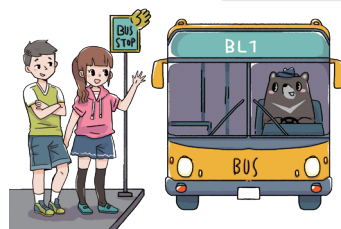
P.111 隨堂

4 若 $a = 55 \times 25$ 、 $b = 1155$ ，則 (a, b) 及 $[a, b]$ 分別為多少？(以標準分解式表示)

P.108 例 2、P.114 例 4

- 5 有一塊長 126 公分、寬 90 公分的長方形方格布，媽媽想把它剪成數個大小相同的正方形做成桌墊，則每一個桌墊的最大面積是多少平方公分？ P.116 例 5

- 6 某公車總站每 10 分鐘發一班 A 線公車，每 12 分鐘發一班 B 線公車，已知 A、B 兩線公車的第一班車都是在每天上午 7:00 同時發車、末班車都是在晚間 9:00 發車，則每天從第一班車到末班車，A、B 兩線公車同時發車的次數有多少次？ P.117 例 6



挑錯題

小妍與小翊暑假參加同一個營隊活動，此營隊男生有 105 人，女生有 75 人，全部的人進行到某個關卡時，此關卡規定男、女要分開編組闖關，但每組人數要一樣多，且總組數要低於 20 組，則共可分成幾組？小妍與小翊對於如何分組有如下的說法。判斷他們的說法是否正確，並說明你的理由。

因為 105、75 的最大公因數是 15，所以應該要分成 15 組。

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 105 & 75 \\ 5 & 35 & 25 \\ & 7 & 5 \end{array}$$



小妍

105、75 的最大公因數是 15，若每組 15 人，則可分成 $7+5=12$ 組。

$$\begin{array}{r|rr} 5 & 105 & 75 \\ 3 & 21 & 15 \\ & 7 & 5 \end{array}$$



小翊

小妍：☐ 正確；☐ 錯誤，理由：_____。

小翊：☐ 正確；☐ 錯誤，理由：_____。